Årg. 35:1 Mars 1952

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FÖRSTA HÄFTET

JAN RYDBERG, Om transuranernas upptäckt. Nobelpriset i kemi 1951 1
KAI SIEGBAHN, Nobelpriset i fysik 1951 17
JOSEF ANDERSSON, Exempel på s. k. förkortat beteckningssätt 26
TORSTEN WILNER, Rymdgeometri och skuggbilder 27
» » Molekyl- och gittermodeller av billigt material 31
J. O. LINDE, Analogien mellan elektriska och magnetiska fält i materiella medier och definitionerna för de magnetiska storheterna 33
JOSEF ANDERSSON och NILS LÖFMAN, Derivata och diskriminant hos polynom 37
TORE ÖBERG, Ekvationer med rationella rötter 39
HANS RÅDSTRÖM, En ny svensk lärobok i matematisk analys 41
F. EHRNST, En diskussionsklubb i matematik 45
BENGT LILJEQVIST, Tryckta laborationsredogörelser 46
BROR GUSTAVER, Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmötet i januari 1952 och utdrag ur styrelseberättelsen för 1951 48
Bokanmälningar: BURKILL, The Lebesgue Integral; EKELÖF, Les machines mathématiques en Suède; MAROGER, Les trois étapes du problème Pythagore-Fermat; BELL, Mathematics, Queen and Servant of Science; KRAMER, The Main Stream of Mathematics; SCARBOROUGH, Numerical Mathematical Analysis; COWLING, Molecules in Motion; COLLINDER, Världar i rymden; LINDSTAD, Radiomottageren, det teoretiske grunnlaget; NILSSON-WIGFORSS, Aritmetik; ALMQVIST-KNAVE, Laborationer I; GALLAIS, Chimie minérale théorique et expérimentale; ENGLUND, Kemi för gymnasiet; SILLÉN-LANGE-GABRIELSON, Fysikalisk-kemiska räkneuppgifter 52
Recensenter i detta häfte 63
Gradualavhandlingar (autoreferat): G. HOLTE, On the space energy distribution of slowed-down neutrons; B. AURIVILLIUS, Röntgenografiska undersökningar av vismutoxifluorid och blandoxider med trevärt vismut; T. GRÅF, On the radioactivity of K^{40} 64
Tidskrifter, innehållsöversikt 68, 72
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. BÅGMAN) 69
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen januari 1952 73
Insänd litteratur 79
Annonsörer: H. Gebers Bokförlag; R. Grave; Lindståhls Bokhandel; Natur & Kultur; Norstedt & Söner (två annonssidor); Svenska Bokförlaget; Svenska Fysikersamfundet; Bokförlaget Tiden.

Pris pr år kr. 12:50 pr häfte kr. 3:50

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Subskription enklast genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Pärmar av grön klot à 2:50; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, osv.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 äro flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14—30 tills vidare kr. 8:—, för 31—34 kr. 10:—.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck ur ELEMENTA:

1. A. Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1:—.
2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1:—.
4. J. Tandberg, Om vinkelns tredelning. Slut.
5. G. Ljunggren, Gasskyddets kemi kr. 0:80.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 1:60
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1:40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1:40.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 1:40.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.

Problemhäften för åren 1943—50 à kr. 1:—, för 1951 à kr. 1:20. Innehåll: Student- o. realex.uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.
I *porto* tillkommer 10 öre pr särtryck.

Pärm till årg. 33—34 à 2:50 (+ 15 öre). Rekvireras genom inbet. å giro.

Allmänt omvittnat är att en avsevärd del av innehållet i Elementa — icke minst i äldre årg. — är av bestående värde. En Elementaserie är därför en beaktansvärd tillgång. En komplett dylik är svår att uppbringa, men ännu finnas alla årg. fr. o. m. årg. 14. Lagret tunnas emellertid ut med varje år som går. Försumma därför ej att nu skaffa Er en så fullständig samling som möjligt. Priser se ovan.

Vid pågående inventering

av svenska biblioteks innehav av Elementa-årgångar har det bekräftats — vad man så väl vet förut — att enda sättet att bevara tidskrifter är att binda dem. Det är nu mycket dyrare att göra det än förr, men gör det likafullt, ty att fylla uppkomna luckor blir kostsamt, om det överhuvud lyckas.

Pärmar finnas (se ovan), men rådgör med Er bokbindare. Det kanske blir endast obetydligt dyrare att binda i eget band, vilket ju har den fördelen att den personliga smaken då bättre kan tillgodoses. För övrigt är Elementas lager av pärmar ej stort.

Bilaga: Lindståhls Bokhandel.

Räkning utan tårar

Catherine Stern

BARNEN UPPTÄCKER TALENS VÄRLD

»För den som fått en sådan inledning till räkneläran måste hela matematiken komma i ett nytt ljus, och kanske står vi med denna metod inför en ny kungsväg till matematiken, liknande den som upptäckarna gick fram när vårt talsystem och vår räknekonst kom till. *Det hela är ett snilledrag.*»

Fil. dr *Per Collinder* i Sv. D.

Illustr. 17: —, inb. 19: 50

Nöjen för fundersamma

Eugene P. Northrop

MATEMATISKA GÅTOR OCH HUVUDBRY

»En god och rolig bok. Översättningen är vårdad och genomskinlig, registret adekvat, och hela boken vackert producerad. Omslaget är enkelt och utsökt. Nöjsam för den matematikintresserade med realskolebildning, borde boken läsas av alla utövare av teknik och naturvetenskap.»

Fil. dr *Per Collinder* i Sv. D.

Illustr. 12: 75, inb. 16: 50

KUNSKAP OCH LIV

är namnet på en ny naturvetenskaplig serie som Natur och Kultur startat. Den vänder sig närmast till äldre barn och ungdom och omfattar

HUR MAN HÅLLER VÄRMEN
av Brian och Mary Holmes

VATTNET VI ANVÄNDER
av Brian och Mary Holmes

LJUSET OCH VÅR SYN
av F. R. Elwell

LUFTEN VI ANDAS
av Patrick Thornhill

"En förträfflig naturvetenskaplig serie." *Alf Henrikson* i D. N.

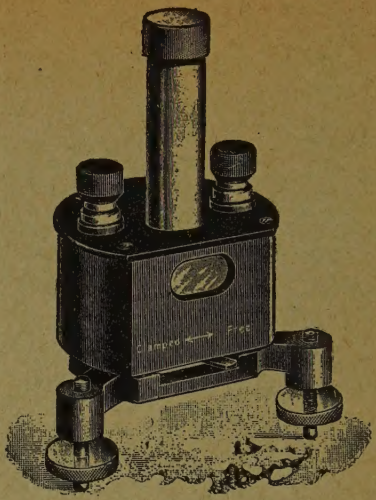
Illustr. per del kr. 3: —

En bok från **NATUR och KULTUR** *är en god bok*

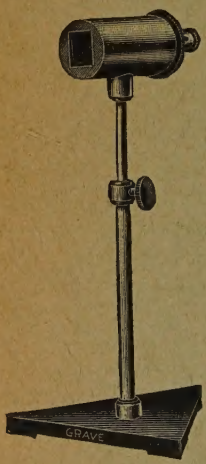
Utställning och Lager

av all slags
materiel för

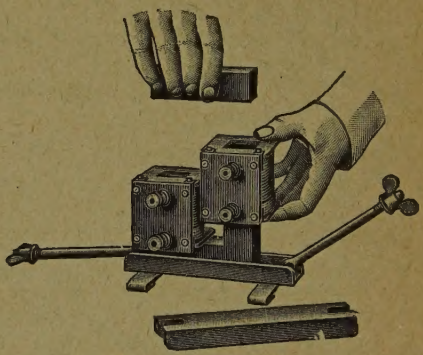
Fysikunder-visningen



Spegelgalvanometer med
vridspolesystem



Termostapel
enl. Holjer Witt



Söndertagbar transformator

RUDOLPH GRAVE A/B
STOCKHOLM 3

1127

Om transuranernas upptäckt

Nobelpriset i kemi 1951

Av fil. lic. Jan Rydberg, Stockholm

De amerikanska forskarna Edwin McMillan och Glenn T. Seaborg tilldelades 1951 års nobelpris i kemi för »sina upptäckter inom de transurana grundämnenas kemi». För att få en klar bild av det tänkande och arbete, som ligger bakom deras upptäckter, måste vi kasta en blick tillbaka på den kärnfysiska vetenskapens utveckling under åren före det sista världskriget.

Framställning av »transuraner» före 1939

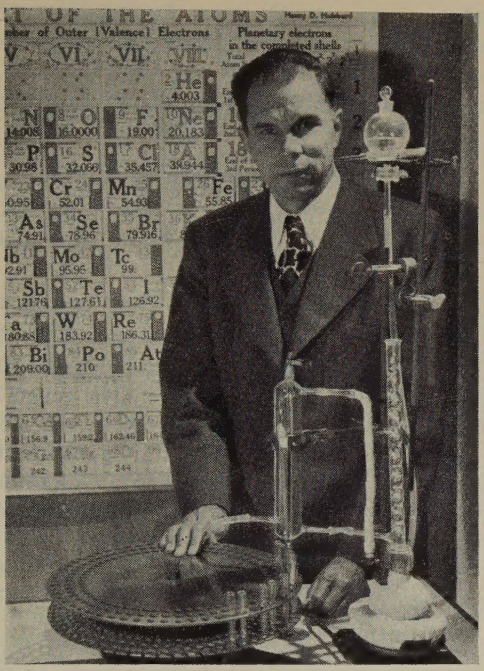
Efter upptäckten av den naturliga radioaktiviteten år 1896 kartlades successivt de naturligt radioaktiva ämnena. Dessa radioaktiva ämnen kunde inordnas i tre s. k. radioaktiva familjer eller serier: uranserien (utgående från U^{238} och bestående av atomer med masstalen $4n+2$), toriumserien (utgående från Th^{232}; masstalen $4n+4$) och aktiniumserien (utgående från »aktinouran», U^{235}; masstalen $4n+3$). Genom att utnyttja partiklar från dessa ämnen lyckades Rutherford 1919 åstadkomma den första kärnreaktion, som kontrollerats av människohand: omvandlingen av kväve till syre. Det skulle emellertid dröja 15 år, innan man upptäckte, att de vid dylika kärnomvandlingar bildade produkterna ofta är radioaktiva i sig själva. Först 1934 fann nämligen F. Joliot och I. Curie, att aluminium, som bestrålas med alfapartiklar från polonium, fortsatte att utsända strålning efter det poloniumpreparatet avlägsnats.

Vid denna tid studerade en forskargrupp i Rom under ledning av Fermi egenskaperna hos en ny kärnpartikel, neutronen, vilken två år tidigare upptäckts av Chadwick i England. Fermi lät nu bestråla ett antal element med neutroner för att se, om detta skulle ge upphov till konstgjord radioaktivitet liksom i Joliot-Curies försök. Han fann att så var fallet. De atomer, som bildades genom infångning av en neutron, sönderföll under avgivande av elektroner från atomkärnan (s. k. β^--strålning eller negatronstrålning). En dylik process leder till bildningen av ett nytt element med atom-

Edwin McMillan

I bakgrunden en del av hans synchrotron.

nummer en enhet högre än det ursprungligen bestrålade elementet. Fermi insåg, att bestrålningen av uran med neutroner borde kunna leda till element 93 och eventuellt till element av ännu högre atomnummer genom successiva β^--sönderfall. De försök, som omedelbart inleddes, gav till resultat, att fyra olika radioaktiva produkter kunde påvisas efter neutronbestrålning av uran. Kemisk analys fastställde, att denna radioaktivitet icke kunde tillskrivas något element mellan radon (atomnummer 86) och uran (atomnummer 92). Detta uteslöt möjligheten att U-atomerna infångat en neutron för att därpå återgå till stabilitet genom utsändning av en proton, α-partikel eller annan känd partikel med undantag av β^--partiklar. Då element 93 i periodiska systemet är placerat i samma kolumn som mangan och renium, förväntade man sig att det kemiskt skulle likna dessa element. Det visade sig även, att en del av radio-



Framför S. en apparat för automatisk separering av transuraner medelst jonbytare.

aktiviteten i en lösning av det bestrålade U-preparatet följde med en utfällning av MnO_2. Den enda logiska slutledningen syntes då vara, att aktiviteten måste tillskrivas ett element placerat närmast efter uran i periodiska systemet, alltså med atomnummer 93.

Denna första uppenbara upptäckt av en transuran kritiserades av Ida Noddack, vilken framhöll, att den kemiska analysen var så bristfällig, att den påvisade aktiviteten lika väl kunde komma från ett antal olika element i mitten av periodiska systemet, bildade genom klyvning av uranatomen. Denna kritik rönte emellertid föga beaktande, och under de följande åren framlade ett stort antal forskare bevis för att nya isotoper av transuraner hade framställts. Det skulle föra för långt att här gå in på alla dessa undersökningar, vilka gjorde uppfattningen om att transuraner verkligen framställts så sannolik. Blott ett exempel skall ges.

Efter omfattande undersökningar kunde MEITNER, HAHN och STRASSMANN 1937 redovisa bl. a. följande sönderfallskedjor:

$$_{92}U + n \longrightarrow {}_{92}U \xrightarrow[10\ s]{\beta^-} {}_{93}EkaRe \xrightarrow[2{,}2\ m]{\beta^-} {}_{94}EkaOs \xrightarrow[59\ m]{\beta^-} {}_{95}EkaIr \xrightarrow[66\,h]{\beta^-}$$

$$\longrightarrow {}_{96}EkaPt \xrightarrow[5{,}7\ h]{\beta^-} {}_{97}EkaAu \longrightarrow ?$$

$$_{92}U + n \longrightarrow {}_{92}U \xrightarrow[40\ s]{\beta^-} {}_{93}EkaRe \xrightarrow[16\ m]{\beta^-} {}_{94}EkaOs \xrightarrow[5{,}7\ h]{\beta^-} {}_{95}EkaIr \longrightarrow ?$$

$$_{92}U + n \longrightarrow {}_{92}U \xrightarrow[23\ m]{\beta^-} {}_{93}EkaRe \longrightarrow ?$$

(halveringstider i s sekunder, m minuter, h timmar). I dag vet vi, att de flesta av dessa s. k. transuraner i själva verket var fissionsprodukter av uran, men man får därför ej lockas att tro, att försöken och resultattydningarna vore illa genomtänkta. Bestrålningarna av uran skedde med neutroner av olika hastighet och under olika långa tider, och synnerligen omfattande och förfinade kemiska separationer utfördes.

Upptäckten av uranfissionen

Emellertid inrymde MEITNER-HAHN-STRASSMANNS försök ett antal svårförklarliga fenomen. Av vissa orsaker kunde man sluta sig till att n-infångningen skedde i U^{238}. Man fann det då orimligt att isotopen U^{239} hade tre isomera tillstånd, dvs. att samma uranisotop efter infångning av en neutron kunde sönderfalla på tre olika sätt och ge upphov till tre olika sönderfallskedjor (se ovan). Flera forskare var sanningen på spåren. 1938 framhåller CURIE och SAVITCH, att en viss 3,5-timmars aktivitet till den grad liknar den sällsynta jordarten lantan att det är fullständigt omöjligt att skilja den därifrån. Vi vet nu att vad de verkligen hade var en lantanisotop med denna halveringstid. I början av 1939 meddelade HAHN och STRASSMANN sensationellt, att en viss radioaktivitet, som erhållits vid neutronbestrålning av uran, och som tidigare antagits komma från radium (man tänkte sig reaktionen $_{92}U^{238} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{88}Ra^{231} + 2{}_2He^4$), utan tvekan måste hänföras till en bariumisotop, och vidare kunde de definitivt fastställa, att en annan aktivitet härrörde från en lantanisotop. Förklaringen till, hur Ba och La kunnat bildas ur uran bestrålat med neutroner, gavs av MEITNER och FRISCH: Uranatomen hade vid neutroninfångningen kluvits i flera stora fragment, varvid bl. a. Ba och La bildats. De undersökningar, som omedelbart igångsattes i ett stort

antal laboratorier världen runt, kunde snart bekräfta denna hypotes om uranfissionen: Vid infångningen av en långsam neutron i U^{235} klyves denna i två ungefär lika stora fragment + ett antal neutroner, varvid samtidigt en avsevärd energimängd frigöres, omkring 190 MeV.[1] De bildade fissionsprodukterna är radioaktiva och uppvisa samma egenskaper, som de tidigare beskrivna »transuranerna» (se mera härom i Elementa *28*, 21, 1945). Föga anade man, att dessa upptäckter i en snar framtid skulle få storpolitisk betydelse.

Framställningen av element 93, neptunium

Bland dem, som omedelbart efter Hahns upptäckt grep sig an med fissionsproblemet, var fysikern Edwin McMillan vid University of California's Radiation Laboratory (UCRL) i Berkeley. Vid detta laboratorium hade i slutet av 1938 färdigställts en ny cyklotron med 1,5 meters (60 tum) poldiameter. Med denna cyklotron kunde man erhålla en intensivare neutronstrålning än någon annan stans i världen. Vid meddelandet om upptäckten av uranfission, insåg man att man här hade ett instrument, som utmärkt lämpade sig för undersökningar över den neutroninducerade fissionsmekanismen. För att bestämma räckvidden hos de vid fissionen ivägslungade fragmenten använde McMillan följande teknik. Ett lager av $(NH_4)_2U_2O_7$ fixerades på ett mycket tunt papper, på bägge sidor om vilket flera lager av samma tunna papper placerades, varpå hela »sandwichen» bestrålades med långsamma neutroner. Vid klyvningen av uranatomerna sköts de bildade fissionsfragmenten ut i de yttre papperslagren. Efter bestrålningens slut kunde han genom att mäta intensiteterna av radioaktivitet i de olika papperslagren fastställa fissionsfragmentens räckvidd och därur även beräkna den energi som frigjordes vid fissionen. Emellertid erhölls även från uranpreparatet stark β^--aktivitet, vilken ej kunde härröra från urans naturliga sönderfallsprodukter. En β^--aktivitet med 23 minuters halveringstid kunde snart fastställas komma från U^{239}, medan en annan β^--aktivitet av 2,3 dagars halveringstid ej kunde identifieras. Då en transuran bildad genom β^--sönderfall av en U-isotop borde ha kvarstannat i det fixerade uranskiktet, misstänkte man att denna oidentifierade aktivitet kom från en transuran. Segrè undersökte den, bl. a. utgående från hypotesen att det transurana elementet 93 kemiskt borde likna renium. Han fann emellertid, att aktivitetens kemiska egenskaper mera påminde om de sällsynta jordarternas, och med

[1] MeV = 1 million elektronvolt = 23 000 kcal/grammolekyl.

förklaringen att denna sällsynta jordartsisotop vid fissionen fått så liten rekyl, att den kvarstannat i uranskiktet, kunde han meddela »an unsuccessful search for transuranic elements».

Vid ett tillfälligt besök i Berkeley våren 1940 blev PHILIP H. ABELSON intresserad av denna »sällsynta jordart». MCMILLAN och ABELSON utförde nu omfattande studier av denna och kunde på basis av såväl fysiska som kemiska försök snart visa, att den β^- avgivande 2,3-dagarsaktiviteten är en sönderfallsprodukt av 23-minuters U^{239}, och således måste vara en transuran:

$$_{92}U^{238} + {}_0n^1 \xrightarrow{\gamma} {}_{92}U^{239} \xrightarrow[23\ \text{min}]{\beta^-} {}_{93}Np^{239} \xrightarrow[2{,}3\ \text{dygn}]{\beta^-} {}_{94}239 \longrightarrow ?$$

I analogi med att planeten Neptunus är belägen utanför planeten Uranus i vårt solsystem, föreslog MCMILLAN namnet neptunium (symbol Np) för det nya elementet.

Kemiska egenskaper hos neptunium; spårmetodik

Kemiska försök visade, att neptunium kunde existera i åtminstone två olika valensstadier. Vid jämförelse med uran fann man det svårare att oxidera neptuniums lägre valens till högre, än det är att oxidera 4-värt uran till 6-värt. Om luft blåses genom en HNO_3-sur lösning av U(+4), oxideras detta till U(+6). För att oxidera neptunium av lägre valens till högre fordrades ett kraftigare oxidationsmedel än luft, t. ex. värmning med $HBrO_3$ i starkt sur lösning. Denna skillnad i oxidationsegenskaper möjliggjorde separeringen av neptunium från uran. Det visade sig nämligen, att neptuniums högre valensstadium kemiskt liknade 6-värt uran, medan dess lägre uppförde sig som 4-värt uran. T. ex. medföljde neptunium i lägre valensen en utfällning av LaF_3 en vattenlösning (UF_4 är svårlösligt i vatten), vilket emellertid ej var fallet för neptuniums oxiderade tillstånd (UO_2F_2 och UF_6 äro vattenlösliga). MCMILLAN och ABELSON antog neptuniums valenser vara +4 och +6, vilket senare visat sig vara riktigt. Någon likhet med renium kunde ej påvisas.

Vid denna första och verkliga identifiering av en transuran förelåg inga vägbara mängder av det radioaktiva ämnet. Den s. k. spårmetodiken (tracer method), som användes vid dessa undersökningar, innebär att elementets förhållande vid kemiska reaktioner ej studeras genom vanlig kemisk analys utan endast kan följas genom mätningar av den för ämnet typiska radioaktiva strålningen. I närvaro av flera olika radioaktiva ämnen måste strålningen från det ämne som studeras identifieras; detta sker genom bestämning av strålningens art, energi och halveringstid. För att

bestämma ett dylikt spårelements löslighet måste man använda sig av s. k. bärare (carriers). Vid McMillans och Abelsons undersökningar över lösligheten av NpF_4 använde de La^{3+} som bärare, enär LaF_3 är svårlöslig. Att Np(+4) medföljde denna fällning innebar emellertid ej nödvändigtvis att NpF_4 var svårlöslig. Vid dylika små mängder kan nämligen hela den radioaktiva substansmängden adsorberas på ytan av den utfällda bäraren. Av större betydelse var däremot, att Np(+6) *ej* medföljde utfällningen av LaF_3, vilket visade att NpO_2F_2 eller NpF_6 ej var svårlöslig i vatten. Dessa försök med utfällningen på bärare av liknande natur som spårelementet är nödvändiga för bestämning av spårelementets löslighet, enär löslighetsprodukterna ej alltid kan uppnås med de små koncentrationer, som spårelementet förekommer i. Man måste inse de svårigheter som föreligger vid arbeten i »tracer»-skala för att kunna tillfullo uppskatta de arbeten McMillan och Abelson utförde, liksom nedanstående arbeten av Seaborg och medarbetare.

Element 94, plutonium

Strax efter andra världskrigets utbrott fick McMillan lämna sitt transuranarbete i Berkeley för att bedriva radarforskning på annan ort. En kort tid efter McMillans avresa skrev den 28-årige kemisten Glenn T. Seaborg till honom och anhöll om hans tillstånd att få fortsätta på transuranarbetet. Seaborg ville söka framställa element 94, och efter en kort brevväxling om hur detta arbete borde planläggas samtyckte McMillan härtill.

McMillans och Abelsons undersökningar hade visat, att Np^{239} sönderföll under emittering av negatroner, varför 94^{239} härvid måste bildas. Någon mätbar radioaktivitet, som kunde tänkas komma från element 94, var dock ej påvisbar. Seaborg och medarbetare angrep då problemet från ett annat håll. »A uranium oxide, U_3O_8, was bombarded with 16-mev deuterons from the 60-in. Berkeley cyclotron to produce a 2-day element 93 isotope, which decayed to an α-particle emitting isotope, which may be an isotope of element 94. The new radioactivity can be precipitated as a fluoride, an iodate and a peroxyhydrate» (citatet hämtat ur ett brev från Seaborg, McMillan, Kennedy och Wahl av den 28 jan. 1941 till utgivaren av Physical Review; detta brev tilläts icke publicering förrän 1946 på grund av innehållets militära betydelse). Under fortsatta undersökningar kunde Seaborg och medarbetare visa, att denna α-aktivitet härrörde från 94^{238}, som hade bildats genom följande process:

$$_{92}U^{238} + {}_{1}H^{2} \longrightarrow {}_{93}Np^{238} + 2{}_{0}n^{1}; \quad {}_{93}Np^{238} \xrightarrow[2{,}0\ d]{\beta^-} {}_{94}94^{238} \xrightarrow[\text{lång}]{\alpha} {}_{92}U^{234}$$

Element 94 uppvisade liksom Np två olika valensstadier, det lägre dock stabilare än motsvarande hos neptunium. Medan neptunium kunde oxideras från 4-värt till 6-värt med $HBrO_3$ i starkt HNO_3-sur lösning, förblev element 94 i reducerat tillstånd. Med det mycket kraftiga oxidationsmedlet natriumpersulfat, $Na_2S_2O_8$, kunde (i närvaro av Ag som katalysator) dock element 94 förmås att övergå i högre valensstadium. På grund av valensstadiernas likhet med 4- och 6-värt uran antogs de även i detta fall vara +4 och +6. För element 94 föreslog Seaborg 1942 namnet plutonium (symbol Pu), i analogi med att planeten Pluto kretsar utanför Neptunus i vårt solsystem.

En i många avseenden betydelsefullare upptäckt kunde Seaborg meddela i slutet av 1941. Efter ca 2 dygns bestrålning av 1,2 kg uranylnitrat, $UO_2(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$, med långsamma neutroner erhölls, efter separering av neptunium från uran enligt McMillans och Abelsons metod, ett neptuniumprov med synnerligen intensiv radioaktiv strålning (125 millicurie$=3 \cdot 10^{11}$ sönderfall/minut). Med 2,3 dygns halveringstid tillväxte en α-aktivitet ur detta prov, och man kunde snart fastställa, att denna aktivitet kom från Pu^{239}. I detta α-prov, som torde ha vägt omkring 0,5 mikrogram, kunde man påvisa, att den erhållna Pu^{239}-isotopen var klyvbar med långsamma neutroner liksom U^{235}. Då man vid denna tid fått klart för sig möjligheterna att utnyttja den vid fissionen frigjorda energien för militära ändamål, blev dessa kärnkemiska arbeten sekretessbelagda.

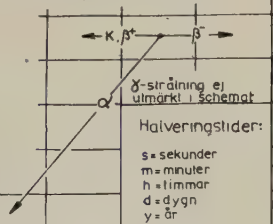
Plutonium Project

Efter ett mera detaljerat utforskande av neptuniums och plutoniums kemi kallades Seaborg till Metallurgical Laboratory vid University of Chicago. Detta laboratorium inlemmades senare i Manhattan Project, vars huvuduppgift var framställning av atombomber. Här fick Seaborg till uppgift att utarbeta en praktiskt användbar metod för separering av plutonium från uran och fissionsprodukter. Den 18 augusti 1942 kunde Cunningham och Werner, som arbetade i Seaborgs grupp, meddela, att de lyckats isolera en flockig fällning av PuF_4 vägande ca ett mikrogram. För att citera Seaborg: »This memorable day will go down in scientific history to mark the first sight of a synthetic element, and the first isolation of a weighable amount of an artificially produced isotope of any element». Med detta plutonium, som sedermera kunde utökas till flera hundra mikrogram, allt erhållet via cyklotronbestrålning, prövades olika separationsmetoder. Med ledning av dessa arbeten i mikrogramskala byggdes de jättelika separationsfabrikerna vid uranreaktoranläggningen i Hanford i staten

De tyngsta elementens kända isotoper (januari 1952)

$_{90}$Th	$_{91}$Pa	$_{92}$U	$_{93}$Np	$_{94}$Pu	$_{95}$Am	$_{96}$Cm	$_{97}$Bk	$_{98}$Cf	ELEMENT / MASSTAL
									247
								α 35,7 h	246
							99% K | 1% α 4,95 d		245
					β⁻ 2,5 m	α ~10 y	>500 y	K | α 4,5 m	244
				β⁻ 5,0 h	α >10⁸ y		100% K | 0,1% α 4,6 h		243
				α 5·10⁴ y	20% K | 80% β⁻ 16 h | 20% β⁻ 700 y	α 162 d			242
				100% β⁻ ~14 y | 0,002% α 4·10⁶ y	α 490 y	K 55 d			241
				α 6,6·10³ y	K 53 h	80% α | 20% K 23,8 d			240
		β⁻ 23,5 m	β⁻ 2,33 d	α 2,44·10⁴ y	K 12 h				239
		UI α 4,50·10⁹ y	β⁻ 2,1 d	α 92 y	K? 1,5 h	α 2,5 h			238
		β⁻ 6,7 d	α 22·10⁶ y	K 40 d					237
		α 2,45·10⁷ y	β⁻ 22 h	α 2,7 y					236
	β⁻ 23,5 m	**AcU** α 8,9·10⁸ y	K 435 d						235
UX₁ β⁻ 24,1 d	99,88% β⁻ 1,14 m | 0,12% β⁻ 6,7 h	**UII** α 2,6·10⁵ y	K 4,40 d	97% K | 3% α 8,5 h					234
β⁻ 23,5 m	β⁻ 27,4 d	α 1,62·10⁵ y	K 35 m						233
Th α 1,39·10¹⁰ y	β⁻ 1,32 d	α 70 y	?γ, X 13 m	85% K | 15% α 22 m					232
UY β⁻ 25,5 h	**Pa** α 3,4·10⁴ y	K 4,2 d	α | K 53 m						231
Io α 8·10⁴ y	90% K | 10% β⁻ 17,7 d	α 20,8 d							230
α 7000 y	99% K | 1% α 1,5 d	84% K | 16% α 58 m							229
RdTh α 1,90 y	98% K | 2% α 22 h	80% α | 20% K 9,3 m							228
RdAc α 18,6 d	84% α | 16% K 38 m	α 1,4 m							227
α 30,9 m	α | K? 1,7 m								226
90% α | 10% K 7,8 m									225
α kort									224
α 0,1 s									223

Sönderfallsschema



Halveringstider:
s = sekunder
m = minuter
h = timmar
d = dygn
y = år

Tabell 1

Washington. Dessa anläggningar stod klara endast två månader efter det den slutgiltiga separationsproceduren hade fastställts i laboratoriet i Chicago. Att denna metod, som innebar en uppförstoring från laboratorieskala med en faktor på 10^{10}, blev så lyckosam och i utbyte överträffade alla förväntningar, tillkommer främst SEABORG och dennes medarbetare STANLEY G. THOMPSON.

Det skulle här föra alldeles för långt att redogöra för alla de transurana isotoper, till vars framställning SEABORG så väsentligt bidragit. I stället publiceras i tabell 1 de hittills funna isotoperna för elementen 90—98. En kort redogörelse skall dock lämnas för några av de väsentligaste transuranerna.

Neptuniumserien

I början av 1942 fann SEABORG och medarbetare, att bestrålning av uran med snabba neutroner ledde till bildning av Np^{237}. Denna isotop befanns vara dotter till U^{237}, vilken sönderfaller under negatronstrålning med 7 dygns halveringstid:

$$_{92}U^{238} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{92}U^{237} + 2{}_{0}n^{1}; \quad {}_{92}U^{237} \xrightarrow[7{,}0\ d]{\beta^-} {}_{93}Np^{237} \xrightarrow[2{,}2 \cdot 10^6\ y]{\alpha} {}_{91}Pa^{233}$$

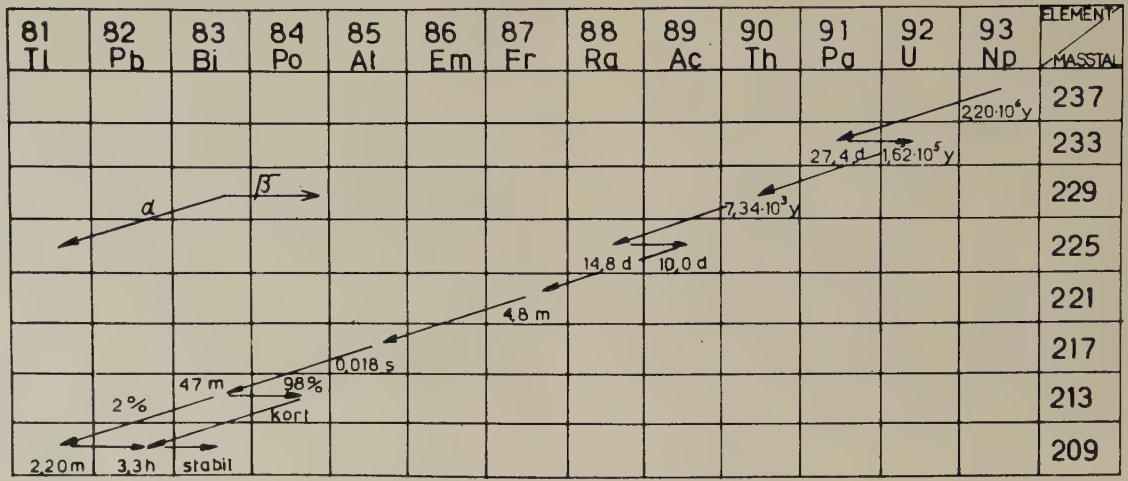
Isotopen Np^{237} är av särskild betydelse, emedan den är synnerligen långlivad. I uranreaktorer har man lyckats framställa den i grammängder, varför neptuniums kemi även kunnat utforskas med vanliga kemiska metoder. Denna långlivade Np-isotop sönderfaller till Pa^{233}, vilken i sin tur sönderfaller till U^{233} etc. bildande en ny radioaktiv serie, vars masstal kan representeras av $4n+1$. Denna serie, som har fått namnet neptuniumserien, illustreras i tabell 2.

I och med upptäckten av denna serie har antalet radioaktiva serier utökats till 4, och då endast 4 dylika är möjliga, är därmed antalet radioaktiva serier fulltaligt. Detta innebär naturligtvis ej, att alla radioaktiva isotoper av de olika familjernas element är upptäckta. Åtskilliga nya »grenar» till dessa familjer har på senaste tiden påvisats.

Element 95 och 96

I början av 1944 kunde HINDMAN, KRAUS, HOWLAND och CUNNINGHAM visa, att plutonium även förekommer som Pu^{3+}, och att denna valens är tämligen stabil i vattenlösningar. Den erhölls genom katalytisk (finfördelad Pt) reduktion med vätgas av en plutoniumlösning. Detta är en väsentlig skillnad från uran, vars 3-värda salter är instabila i vatten, och där oxideras till U^{4+} under vätgasbildning. Även för neptunium fann man en trevärd valens,

Neptuniumserien (masstal 4n+1); enl. Phys Rev. 49 435 (1950).



Tabell 2

i stabilitet liggande mellan U^{3+} och Pu^{3+}. Utgående från den tendens mot stabilare lägre valenser, som förekommer i serien $_{92}U$, $_{93}Np$, $_{94}Pu$, antog SEABORG, att elementen härefter, 95 och 96, skulle vara stabilast i valensstadiet +3. Denna hypotes blev till stor hjälp för den senare identifieringen av dessa element.

Sedan plutoniumseparationsproblemet lösts, kunde SEABORG intressera sig för nya transuraner. Så snart grammängder plutonium (1944) separerats, lät SEABORG bestråla dem med α-partiklar av 44 mev:s energi från Berkeley-cyklotronen. Den vid reaktionen Pu^{239} (α, n) 96^{242} [1] bildade isotopen av element 96 kunde med ledning av förutsägelserna om dess kemi snart identifieras. Omfattande undersökningar bekräftade, att detta element troligen endast hade ett stabilt valensstadium i vattenlösningar, nämligen +3. 96^{242} sönderföll under α-strålning med 5 månaders halveringstid. Vid en liknande bestrålning av uran erhölls U^{238} (α, n) Pu^{241}; Pu^{241} sönderföll därvid under negatronstrålning till en isotop av element 95. Även för detta element visade sig valensen +3 vara stabil i vattenlösningar; någon annan valens kunde då ej påvisas. De kemiska egenskaperna hos dessa 3-värda joner påminde i hög grad om La^{3+}.

Actinidhypotesen

Efter de första kemiska undersökningarna på neptunium hade MCMILLAN och ABELSON framkastat tanken att element 93 var det andra i ordningen av en serie element med uranliknande egenskaper, s. k. uranider. Redan 1923 hade BOHR med stöd av sin elektronskalsteori förutsagt, att en grupp av 14 element med inbördes liknande egenskaper borde börja någonstans omkring uran. Uppfattningen om en »uranidserie» styrkes av plutoniums kemiska egenskaper. Tendensen mot stabilare 3-värd valens, som så kraftigt kommit till uttryck hos element 95 och 96, föranledde dock SEABORG betvivla riktigheten i uranidhypotesen, och i stället föreslog han en aktinidserie börjande med $_{87}Ac$, och liksom de sällsynta jordarterna, lantaniderna, bestående av 14 element (om actinidhypotesen liksom mera om ovan beskrivna transuraners kemi se t. ex. Elementa *31*, 25, 1948). Denna hypotes, som accepterats på de flesta håll, har dock rönt en hel del diskussion. Namnen på element 95—98 har hämtats genom analogislut från motsvarande sällsynta jordarter, europium ($_{63}Eu$)-Europa-Amerika- americium ($_{95}Am$); gadolinium ($_{64}Gd$)-Gadolin-Curie-curium ($_{96}Cm$); terbium ($_{65}Tb$)-

[1] dvs. en α-partikel infångas av Pu^{239}, varvid 96^{242} bildas och en neutron utsändes.

Ytterby-Berkeley-berkelium ($_{97}$Bk); disprosium ($_{66}$Dy) -grek. för »svår att få» — Californien (vilken landsända var »svår att nå» för 100 år sedan, enligt Seaborg) — californium ($_{98}$Cf).

Element 97 och 98

I början av 1950 kunde Thompson, Ghiorso och Seaborg meddela syntesen av element 97, berkelium, vilken erhölls genom bestrålning av Am^{241} med α-partiklar av 35 mev:s energi. Den bildade isotopen, som antages vara Bk^{243}, sönderfaller under K-infångning (se nedan). På grund av den korta halveringstiden på 4,6 timmar och de små mängder, i vilka Bk kunde erhållas, erbjöd det allvarliga svårigheter att separera Bk från det kemiskt likartade curium, som även erhölls vid bestrålningen, och de till större mängder förekommande americium. Dessa löstes dock elegant genom användande av jonbytareteknik (om jonbytareteknik se Elementa *31*, 107, 1947). Berkelium påminner kemiskt i hög grad om 3- och 4-värt cerium med ungefär lika redoxegenskaper. Några månader senare kunde samma forskaregrupp utökad med Street meddela syntesen av element 98, som döptes till californium. Den erhållna isotopen, troligen bildad enligt reaktionen Cm^{242} (α, 2n) Cf^{244}, sönderfaller dels under K-infångning, dels genom α-strålning med 45 minuters halveringstid. I och med framställningen av Cf^{244} torde man ha nått gränsen för vad som är möjligt att kemiskt analysera; det gällde att hitta 1000 α-sönderfall/min från Cf^{244} bland 10^{11} α-sönderfall/min från Cm, och efter en arbetsdag hade all mätbar Cf-aktivitet försvunnit. Den framgångsrika identifieringen av denna isotop var enbart ett resultat av exakta förutsägelser om dess kemiska och radioaktiva egenskaper. Vid evaluering ur jonbytare kommer Cf ut före Bk och Cm liksom Dy (Cf sällsynta jordarts homolog) kommer före Tb och Gd. Försök att oxidera Cf^{3+} till högre valens har ej lyckats.

Syntes av transuraner medelst α-bestrålning

För att kemiskt kunna identifiera ett nytt element fordras att detta nya element har en halveringstid av storleksordningen timmar, och att det kan framställas i radioaktivt mätbara mängder. Med ökande atomnummer hos transuranerna förväntar man sig, att den mest långlivade isotopen hos transuranen blir av allt kortare halveringstid. Den fysikaliskt mätbara gränsen torde dock ligga åtskilliga element bortom atomnummer 100. Med den ovan beskrivna metoden för framställning av transuraner fås i allmänhet icke den bildade transuranens mest långlivade isotop. De vid kärnreaktionerna (α, n) (α, 2n) bildade isotoperna äro neutron-

fattiga. Vanligen tillfredsställer kärnan ett neutronbehov med att omvandla en proton till en neutron genom infångning av en elektron från det kärnan omgivande elektronhöljet, varvid elektronen tas från K-skalet (s. k. K-infångning). Processen förrådes genom den därpå följande utsändningen av den för elementet typiska K-röntgenstrålningen, när K-skalet ånyo fylles. Den enda californiumisotop, som man kunnat identifiera efter α-bestrålning av curium är Cf^{244}, vilken, som ovan nämnts, sönderfaller under K-infångning. Californiumisotoper med större antal neutroner i kärnan än Cf^{244} kan förväntas ha längre halveringstider; för Cf^{248} har Seaborg och medarbetare beräknat en halveringstid på bortåt en månad, för Cf^{250} bortåt ett år. Det stegvisa uppbyggandet av transuranerna genom successiva (α, n)-, (α, 2n)-processer leder förutom till allt kortare halveringstider även till allt mindre mängder av den bildade isotopen. Utgående från grammängder plutonium kunde Seaborg och medarbetare framställa mikrogrammängder curium. Ur dessa mikrogrammängder gav α-bestrålning blott ett tiotusental atomer californium (tabell 3).

Tabell 3

	Utgångsämne	Process	Produkt	Utgångsämne	Process	Produkt
Reaktion	Pu^{239}	(α, n)	Cm^{242}	Cm^{242}	(α, 2n)	Cf^{244}
Mängd	gram		mikrogram	mikrogram		$\sim 10^4$ atomer
Sönderfallsform	α		α	α		K
Halveringstid	24000 år		150 dygn	150 dygn		45 minuter

Det torde icke vara möjligt att genom α-bestrålning kunna syntetisera mer än mikrogrammängder av ett element Z+2, även om element Z finns i mer än grammängder. Då det för en framgångsrik syntes av ett element fordras, att utgångselementet finns i åtminstone mikrogrammängder, innebär detta för transuranerna, att element Z+4 kan framställas ur grammängder av Z, förutsatt att halveringstiderna för det radioaktiva sönderfallet av Z och Z+2 är av storleksordningen veckor eller mera. De enda transuraner, som för närvarande finns i grammängder, är Np^{237} och Pu^{239}. Det förefaller sålunda, som om gränsen, för vad som kan framställas genom α-bestrålning i cyklotron, skulle vara nådd i och med syntesen av element $_{97}$Bk och $_{98}$Cf. Man har frågat Seaborg, om han tror att det är möjligt att framställa element med atomnummer högre än 98. Härpå har Seaborg svarat: Ja, hur är nu detta möjligt?

Kolbestrålning av tunga element

Under de senaste åren har man utfört intressanta försök att i Berkeley's 1,5 meters cyklotron accelerera joner tyngre än He^{2+}. Dessa försök ledde bl. a. till att SEABORG och medarbetare i slutet av 1950 kunde lämna den för många sensationella nyheten, att två berkeliumisotoper framställts genom bestrålning av U^{238} med joner av C^{12}. De erhållna kärnreaktionerna var:

$$_{92}U^{238} + {}_{6}C^{12} \longrightarrow {}_{98}Cf^{244} + 6\,{}_{0}n^{1}; \quad {}_{92}U^{238} + {}_{6}C^{12} \longrightarrow {}_{98}Cf^{246} + 4\,{}_{0}n^{1}.$$

Cf^{246} sönderfaller under K-infångning med 35 timmars halveringstid. Dessa resultat öppnar nya perspektiv för utforskningen av transuranerna. Vid en jämförelse mellan (C^{12}, 4n)-processen och tre (α, 2n)-processer för framställning av californium ur uran inses lätt fördelarna med kolbestrålningen: ingen brist på utgångsmaterial föreligger, processen går i ett steg, den bildade isotopen blir neutronrikare och får därför längre halveringstid, vilket i sin tur medför ökade möjligheter att kemiskt undersöka transuranen. Emellertid tycks det icke vara naturens mening att göra det hur lätt som helst för transurankemisterna. De erhållna mängderna (mätt i sönderfall per minut) av de bildade californiumisotoperna var mindre än de som erhölls vid α-bestrålning av Cm^{242}, främst beroende på den ringa intensiteten hos kolatomstrålen jämfört med α-strålen. Vi står dock här endast i ett begynnelseskede, och större intensiteter tunga joner torde så småningom kunna förväntas.

Element efter 98

SEABORGS antagande, att element 99 och 100 kommer att syntetiseras inom en ej alltför avlägsen framtid, kan nu förklaras. Bestrålning av Np och Pu, vilka bägge finns i grammängder, med kolatomer bör leda till element 99 och 100. Det torde vara svårt att förutsäga, om de därvid erhållna isotoperna får en halveringstid av mätbar längd. Kemister intresserar sig för dessa element dock huvudsakligen som steg mot element i slutet av aktinidserien, dvs. elementen omkring 103. Först när dessas kemiska egenskaper fastställts, kan man avgöra, i vilken slags »serie» elementen i periodiska systemets slut skall placeras. Men vi får nog vänta en tid innan detta sker.

EDWIN MATTISON MCMILLAN föddes 1907 i Redondo Beach i Californien. Efter avlagd Doctor of Philosophy vid Princeton University 1932, knöts han till Radiation Laboratory vid University of California (UCRL) i Berkeley och blev professor i fysik där 1946.

Under andra världskriget sysslade McMillan först med radarforskning, men kallades sedan till arbeten i Los Alamos i samband med framställningen av atombomben. McMillans kanske främsta insats inom fysiken skedde efter hans återkomst till UCRL. På grund av den relativistiska masseffekten hos en snabb partikel finns det en praktisk, övre gräns för de energier som kan uppnås av en partikel accelererad i en cyklotron; för en α-partikel torde »taket» ligga vid 50—100 MeV. Detta »tak» har kunnat avlägsnas genom tillämpning av den »princip för fasstabilisering» (»synchrotronprincipen»), som föreslogs i början av 1945 av McMillan (samtidigt och oberoende även av V. Veksler i USSR). Vid byggandet av 184-tums cyklotronen vid UCRL tillämpades denna princip, och med den så erhållna *synchro-cyklotronen* har α-energier på 380 MeV (protonenergier på 350 MeV) kunnat erhållas. Enligt samma princip byggs nu en *synchrotron* vid UCRL, med vilken man hoppas kunna uppnå protonenergier på 6 000—10 000 MeV.

Glenn Theodore Seaborg föddes 1912 i Ishpenning i Michigan. Han blev 1937 Doctor of Philosophy vid University of California i Berkeley, och utnämndes där till professor i kemi 1945. Vid krigsutbrottet hade Seaborg publicerat ett 40-tal undersökningar rörande olika kärnkemiska problem. Hans arbeten som chef för plutonium-gruppen under kriget har beskrivits ovan, liksom en del av arbeten utförda efter återkomsten till Radiation Laboratory i Berkeley, där han förestår den kemiska forskningsgruppen. Bland övriga senare arbeten kan nämnas undersökningar över splittring (spallation) av olika element medelst partiklar av hög energi (erhållna från den ovan beskrivna 184-tums synchro-cyklotronen) samt påvisande av α-instabila isotoper hos de sällsynta jordarterna.

Litteratur

Översiktsartiklar, delvis med omfattande referenser:

A. C. Wahl, ed., »Radioactivity Applied to Chemistry», New York 1951 (sid. 218—243 om transuranernas framställning, egenskaper och aktinidhypotesen).

G. T. Seaborg, »Place in Periodic System and Electronic Structure of the Heaviest Elements», Nucleonics nov. 1950, sid. 16—36.

— »The Neptunium ($4n+1$) Radioactive Family», Chemical and Engineering News *26* (1948), sid. 1902—1906.

— »The Impact of Nuclear Chemistry», Chemical and Engineering News *24* (1946), sid. 1192—1198 (om spårmetodik och arbetet under kriget).

L. Melander, »Transuranerna — något om deras framställning och kemi», Elementa *31* (1948), sid. 25—35.

PHILIPS

vridtransformatorer

ge kontinuerlig och praktiskt taget förlustfri spänningsreglering

Philips vridtransformatorer äro utomordentligt lämpliga för laboratoriebruk och för inbyggnad i permanenta utrustningar av olika slag. Transformatorerna levereras därför dels som bordstyp dels för inbyggnad i instrumentutrustningar. Transformatorerna ge kontinuerlig reglering mellan nollspänning och ett värde som ligger ca 20 % över den spänning till vilken transformatorn anslutes. Följande typer finnas:

Primärspänning V	Effekt VA	Primärspänning V	Effekt VA
110	360	220	130
110	730	220	260
130	175	220	520
130	350	220	1040
130	690	220	2080
130	1380		

Bordstransformatorerna i storlekar t. o. m. 1040 VA ha inbyggd smältsäkring i kontaktarmsledningen medan inbyggnadstransformatorerna sakna säkring.

Begär specialprospekt och prisuppgifter från Philips Mätinstrumentavdelning, Stockholm 6. Tel. 340580 för, rikssamtal 340680.

PHILIPS

Materiel för elevlaborationer

Elektrisk motor byggd med delar ur den elektriska laborationssatsen.

Med Norstedts laborationssatser kan laborationer utföras inom matematik, värmelära, optik elektricitetslära och kemi.

Materielen förvaras i specialinredda trälådor och på plintar avsedda för 6, 8 eller 10 grupper.

Prisuppgift och beskrivning på begäran.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm 1

Ernest Walton

John Cockcroft

Nobelpriset i fysik 1951

Av professor Kai Siegbahn, Stockholm

Vetenskapsakademien tilldelade J. Cockcroft och E. Walton 1951 rs nobelpris i fysik för deras insatser och upptäckter rörande len artificiella sönderdelningen av atomkärnor. Därmed har ett pionjärarbete inom ett aktuellt forskningsområde slutligen fått sin välförtjänta belöning.

De båda forskarnas upptäckt daterar sig från år 1932, alltså från begynnelseskedet av kärnfysikens »guldålder», trettiotalet. Det kärnfysikaliska laboratoriet såg ju helt annorlunda ut på den tiden. Apparaterna hade mycket blygsamma dimensioner, och instrumenten som begagnades var som regel ganska primitiva. Den anmärkningsvärt snabba utvecklingen inom detta forskningsområde har som bekant medfört att det kärnfysikaliska laboratoriet radikalt har ändrat utseende. Speciellt har jakten efter de höga elektriska spänningarna och de stora partikelenergierna bidragit till att forskningsarbetet delvis ändrat karaktär. I begynnelsen av detta utvecklingsarbete, som pågår inte minst forcerat i våra dagar, har årets nobelpristagare tagit en mycket aktiv del.

Cockcroft och Walton hade sin verksamhet förlagd till det berömda Cavendishlaboratoriet i Cambridge, vars chef var lord Rutherford. Det är säkerligen ingen tillfällighet att just detta arbete

kom att utföras på Cavendishlaboratoriet. Snarare utgör deras prisbelönta undersökningar ett led i laboratoriets mångåriga arbeten på kärnfysikens område under lord Rutherfords ledning. Denne hade redan år 1919 för första gången lyckats åstadkomma en kärnreaktion. Rutherford hade visat att om α-partiklar från ett radiumpreparat användes som projektiler i en kvävgasatmosfär inträffade understundom en kärnreaktion, i det att α-partikeln trängde in i en kvävekärna, varvid denna under utsändande av en proton förvandlades till en syreisotop, enligt reaktionsformeln:

$$_2He^4 + _7N^{14} = _8O^{17} + _1H^1$$

Med hänsyn till det ringa utbytet vid reaktionen och de förhållandevis små partikelströmstyrkorna det rörde sig om inträffade sådana kärnreaktioner mycket sällan. Det skulle naturligtvis därför vara mycket önskvärt att kunna byta ut det α-strålande preparatet mot en partikelkälla av större kapacitet. I princip borde det vara möjligt att med hjälp av en hög spänning accelerera joner, alstrade i en jonkälla, och låta dessa partikar få tjänstgöra som projektiler. En enkel överslagsberäkning ger vid handen att även så små strömstyrkor som någon enstaka μA av en dylik jonstråle motsvarar avsevärda kvantiteter radium. Den stora svårigheten låg naturligtvis främst i att kunna åstadkomma de erforderliga höga spänningarna för accelerationsröret. α-partiklarna från radium har en hastighet som skulle motsvara ett spänningsfall på flera miljoner volt. Med hänsyn till den potentialbarriär som omger kärnorna och som är förorsakad av protonernas sammanlagda Coulombska repulsionsfält kunde man förmoda att projektilerna skulle ha en energi på åtminstone någon miljon volt för att ha någon möjlighet att övervinna potentialbarriären och inträngа i kärnan.

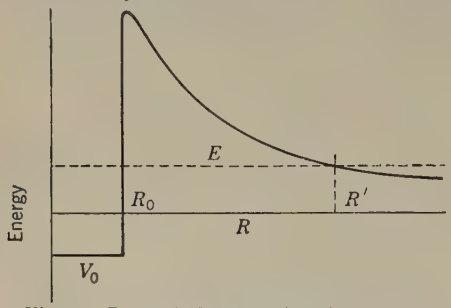


Fig. 1. Potentiella energien för atomkärna-α-partikel.

Det fanns emellertid vissa skäl som talade för att det eventuellt icke skulle vara nödvändigt att accelerera partiklarna ända upp till den hastighet som motsvarade potentialbarriärens höjd. Det hade t. ex. visat sig att ett α-radioaktivt element sände ut α-partiklar, vars energi väsentligt underskred höjden av den potential-

barriär som omgav kärnan i fråga. Förhållandet kan åskådliggöras genom fig. 1. Den heldragna kurvan visar den potentiella energien för systemet kärnan — α-partikel som funktion av avståndet från kärnans centrum. Den potentiella energien ökar givetvis genom den Coulombska repulsionen, då en α-partikel tänkes närma sig kärnan utifrån. Vid kärnradien R_0 börjar de specifika kärnkrafterna att verka på α-partikeln som därvid attraheras och infångas i kärnan. Den vågräta streckade linjen i figuren motsvarar en α-partikel som genom radioaktivt sönderfall lämnar kärnan med energien E (vilken kan experimentellt uppmätas). Hur är det möjligt att en partikel på detta sätt kan lämna kärnan trots att dess energi är mindre än potentialbarriärens höjd? Enligt tidigare gängse fysikaliska begrepp borde detta var lika svårt som för en person att promenera rakt genom en stenmur. Den ryske fysikern Gamov samt oberoende av honom Gurney och Condon lyckades år 1928 visa att det var möjligt att med utgångspunkt från den just då uppställda vågmekaniken tillfredsställande förklara paradoxen. Enligt vågmekaniken beskrives ett fysikaliskt tillstånd med tillhjälp av en vågekvation, den s. k. Schrödinger-ekvationen. Kvadraten på vågfunktionen i en viss punkt utgör ett mått på sannolikheten att finna partikeln där. Antager vi nu att α-partikeln med energien E rör sig i ett område där potentialen är V, erfar den, i analogi med en ljusvåg, en »brytning», där brytningsindex är:

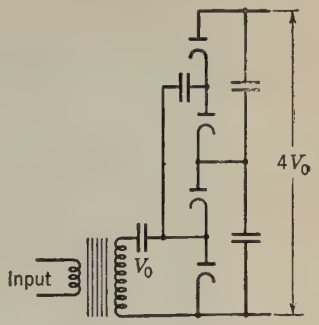


Fig. 2. Kaskadgenerator.

$$n = \sqrt{\frac{E - V}{E}}$$

Av speciellt intresse är området, där α-partikeln går genom barriären. Där är tydligen $E - V < 0$ och följaktligen brytningsindex imaginärt. Ett imaginärt brytningsindex motsvarar enligt klassiska ljusteorier en ren absorptionskoefficient. Vågfunktionen för α-partikeln erfar alltså en absorption genom barriären. På utsidan av barriären är vågfunktionen därigenom betydligt reducerad men är ej identiskt = 0. Det föreligger därmed också en viss ändlig sannolikhet för att finna α-partikeln utanför kärnan. Detta är den s. k. tunneleffekten och utgör förklaringen till α-sönderfallet.

Vid ett seminarium på Cavendishlaboratoriet redogjorde Gamov (numera bosatt och verksam i U. S. A.) för denna teori. Cockcroft

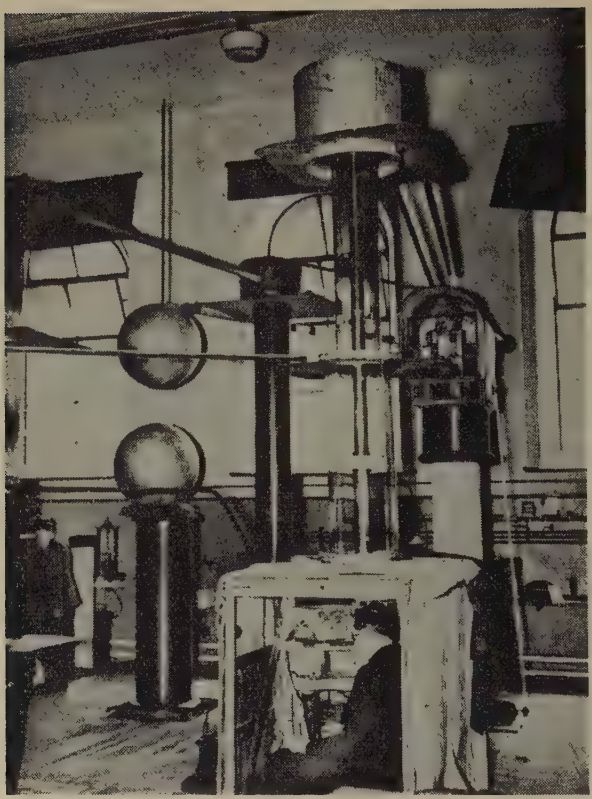


Fig. 3. Cockcrofts och Waltons anläggning i Cavendishlaboratoriet. Dr Walton i observationshytten.

insåg att vore denna teori riktig borde det också vara möjligt att gå den omvända vägen och skjuta partiklar genom barriären *in* i kärnan. Det vore sålunda möjligt att åstadkomma kärnomvandlingar vid betydligt lägre spänningar än vad man tidigare ansett erforderliga. Kunde man visa detta experimentellt, hade man inte endast vunnit det väsentliga syftet, nämligen konstgjord transmutation, utan man hade då också fått en bekräftelse på Gamovs teori. Cockcroft gjorde en kalkyl över tunneleffektens storlek i några tänkbara fall och fann att experimentet hade alla förutsättningar att lyckas.

Cockcroft och Walton arbetade gemensamt på problemet att med den tidens begränsade tekniska möjligheter åstadkomma den

Fig. 4. En modern kaskadgenerator för 1,4 MeV vid Nobelinstitutet för Fysik.

höga spänningen till urladdningsröret. En förhållandevis enkel spänningsfördubblare konstruerades enligt den princip som framgår av fig. 2. Denna typ av s. k. kaskadgenerator är fortfarande den mest använda.[1] Med det antal steg som är utritade i figuren vinner man en faktor 4 i spänning, men flera steg kan användas. Fig. 3 är ett fotografi av en del av Cockcroft och Waltons anläggning. Själva urladdningsröret är i förgrunden, och i den primitiva observationshytten, där kärnsprängningarna skall observeras, sitter Dr Walton. Som en jämförelse visas i fig. 4 hur en modern kaskadgenerator ter sig (observationsrummet ej synligt). Själva generatorn (i sju steg; spänning 1,4 MeV) befinner sig i bakgrunden och urladdningsröret i förgrunden. Användes 500-periodig växelspänning och tillräckligt stora kapacitanser, kan en mycket god likriktning av högspänningen erhållas (spänningsvariationer på endast $\approx 1\,‰$).

[1] Se uppsats av S. Eklund i Elementa 28 (1945), 87.

För att nu återgå till Cockcroft och Waltons experiment hade de båda forskarna byggt upp sin första användbara generator 1930. Den kunde accelerera en protonstråle till 280 keV. I deras första experiment bombarderades litium, och vid reaktionen eventuellt emitterad γ-strålning kunde observeras med ett elektroskop. Experimentet gav emellertid negativt resultat. Besvikelsen måste naturligtvis ha varit stor, och till råga på allt måste hela anläggningen monteras ned på grund av en ombyggnad av laboratoriet.

En ny, förbättrad anläggning byggdes emellertid och var färdig att tagas i bruk 1932. Som så ofta händer inom vetenskapen, när en upptäckt är »mogen» att göras, var det kanske nu framför allt en fråga om snabbheten i utförandet av experimentet som var det avgörande för de båda forskarna. Det var känt att ungefär samtidigt Lawrence i Berkeley hade gjort betydande framsteg med sin cyklotron för acceleration av partiklar. Det var tydligt att man med denna typ av »multipel» acceleration snart skulle kunna åstadkomma vida högre spänningar än vad en kaskadgenerator kunde ge, så höga att potentialbarriären inte längre skulle kunna utgöra något hinder. Det gällde nu om tunneleffekten och det lilla försprång i tiden som Cockcroft och Walton fortfarande hade skulle kunna hjälpa dem.

Med den nya apparaten (max. spänning = 500 keV) bestrålades återigen litium med protoner, men denna gång bytte man ut γ-detektorn mot lord Rutherford's berömda zinksulfidscintillator för detektion av α-partiklar. Detta visade sig vara ett ovanligt klokt beslut, ty redan vid första experimentet erhöll man på scintillationsskärmen tydliga ljusblinkar, som var karakteristiska för α-partiklar. Spänningen var endast 125 keV. Tunneleffekten var därmed bevisad, och det första kärnsprängningsexperimentet under rent mänsklig kontroll var samtidigt ett faktum. Den vetenskapliga nyheten tillkännagavs den 28 april 1932 inför Royal Society i London av lord Rutherford.

Ett stort forskningsområde låg nu öppet, och med sin apparatur kunde Cockcroft och Walton i snabb följd åstadkomma en lång rad grundämnesomvandlingar. De båda forskarna undersökte ingående hur atomkärnorna splittrades och hur de olika kärnfragmenten var sammansatta. Av speciellt intresse var naturligtvis tydningen av deras första experiment. Det visade sig att litiumkärnan vid beskjutningen med vätepartiklar sprängdes sönder i två mycket snabba α-partiklar enligt reaktionsformeln.

$$_3Li^7 + _1H^1 = {}_2He^4 + {}_2He^4$$

Att reaktionen resulterar i två samtidigt bildade α-partiklar kunde

experimentellt bevisas med tillhjälp av det enkla arrangemang som fig. 5 visar. Två oberoende observatörer, en vid A och en vid B, iakttar var sin av två scintillationsskärmar, belägna på ömse sidor om litiumskiktet. Observatörerna registrerar på en gemensam tidsskala varje ljusblink. På detta sätt kan man konstatera en »koincidens», dvs. samtidig utsändning av två α-partiklar. »Upplösningstiden» för denna mänskliga koincidenskoppling var cirka 1 sekund. Det kan vara av intresse i detta sammanhang att erinra om att moderna elektroniska koincidensarrangemang kan konstrueras med upplösningstider på omkring 10^{-9} sek.

Genom att taga upp en absorptionskurva för α-strålningen kunde α-partiklarnas energi noggrant bestämmas (se fig. 6) till 8,6 MeV. Med hänsyn till att två α-partiklar bildas utgör den totala energiutvecklingen vid kärnreaktionen alltså 17,2 MeV. Här föreligger nu en intressant möjlighet att få en noggrann, direkt experimentell prövning av Einsteins relation mellan massa och energi, som lyder

$$E = m c^2$$

Med de massdata som förelåg vid denna tidpunkt gällde:

$$\begin{aligned} \mathrm{Li}^7 &= 7{,}0104 \\ \mathrm{H}^1 &= 1{,}0072 \\ \hline & 8{,}0176 \\ 2\mathrm{He}^4 &= 8{,}0022 \\ \hline \text{Massförlust} & \quad 0{,}0154 \end{aligned}$$

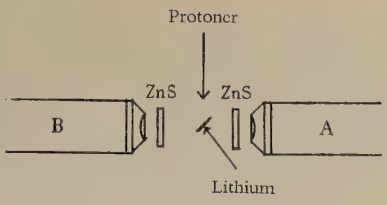


Fig. 5. Anordning för samtidig registrering av två α-partiklar.

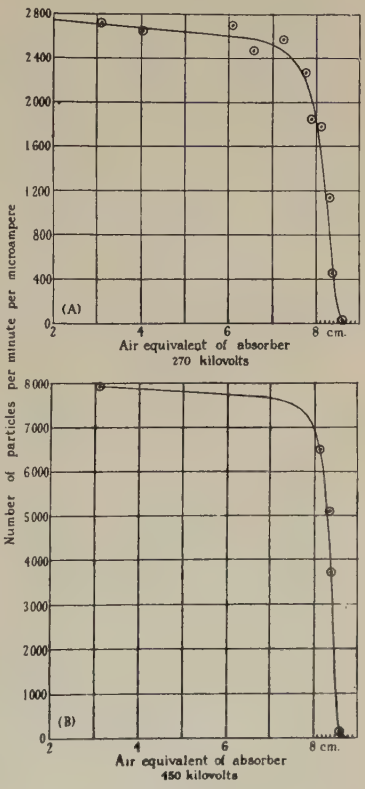


Fig. 6. Absorptionskurvor för α-strålningen från Li-reaktionen med protoner.

Den experimentellt uppmätta energien 17,2 MeV motsvarar enl. Einsteins relation en massförlust = 0,0184. Överensstämmelsen var sålunda tillfredsställande och blev än mer slående, när Bainbridge strax därefter utförde en ny massbestämning av $Li^7 = 7{,}0130$, vilket ändrar massförlusten från 0,0154 till 0,0180. Därmed hade ytterligare ett resultat av stor betydelse uppnåtts.

Reaktionsutbytet som funktion av protonenergien studerades också, varvid en mera detaljerad inblick i tunneleffekten kunde erhållas. Fig. 7 visar resultatet. Senare försök har visat att kärnsprängningar kan iakttagas ända ned till några få keV protonenergier. Detta energiområde är i själva verket av ett alldeles speciellt intresse. Den hastighet som protonerna då har är nämligen ej större än vad protonerna kan väntas ha i solen på grund av den höga temperaturen där, dvs. $\approx 10^7$° C. Det är därför möjligt att på laboratoriet numera studera de kärnprocesser som förekommer i solen och som är urkällan till solenergien. En noggrann inblick i dessa processer är naturligtvis också en förutsättning för att kunna bedöma möjligheterna för realiserandet av vätebomben.

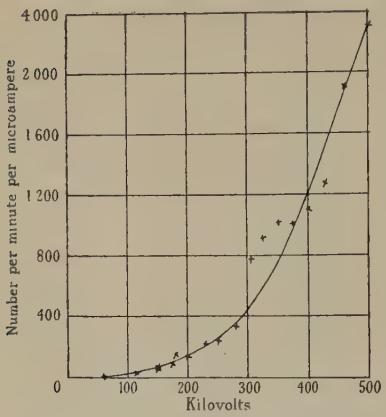


Fig. 7. α-utbytet vid Li-reaktionen med protoner som funktion av spänningen.

Åtskilliga andra intressanta kärnprocesser blev föremål för ingående undersökningar på Cavendishlaboratoriet. I detta arbete deltog, förutom Cockcroft och Walton, lord Rutherford själv samt vidare Dee, Oliphant m. fl. För att få en bättre inblick i de olika reaktionerna byggdes ett accelerationsrör, som utmynnade i en Wilsonkammare. Härigenom kunde kärnprocesserna direkt fotograferas. Endast några få exempel skall här nämnas. Bor som bestrålades med protoner splittrades i 3 α-partiklar. Den tunga väteisotopen, deuterium, strax tidigare upptäckt av Urey i U. S. A. gav upphov till särskilt viktiga reaktioner. Om t. ex. accelererade deuteriumkärnor träffade deuterium erhölls tritium ($_1H^3$) enligt formeln

$$_1H^2 + {}_1H^2 = {}_1H^3 + {}_1H^1$$

Det visade sig att om olika kärnor bestrålades med deuterium emitterades som regel vid kollisionen en proton. Dessa s. k. (d, p) reaktioner undersöktes ingående och man kunde bl. a. konstatera att de olika protonerna utsändes i olika grupper med diskreta energier. Detta måste innebära att atomkärnorna har bestämda exciterade kärnnivåer, ett fenomen som stod i bästa överensstämmelse med tidigare erfarenheter från α-aktiva kärnor.

Även om man under årens lopp lyckats konstruera partikelacceleratorer, t. ex. cyklotroner, som ger partikelhastigheter av helt andra storleksordningar än Cockcroft och Walton's kaskadgenerator, har det ändock visat sig att denna accelerator är ett för kärnfysiken oumbärligt verktyg. Den största fördelen ligger däri att de bombarderande partiklarnas hastighet kontinuerligt kan varieras (liksom hos den elektrostatiska van de Graaffgeneratorn) så att reaktionsutbytet kan studeras som funktion av partikelenergien i små steg. Det har därvid visat sig att atomkärnorna äro mycket känsliga för partiklarnas exakta hastigheter. Endast partiklar med vissa bestämda hastigheter fångas in och leder till reaktion. Kärnan kommer s. a. s. i resonans. Härigenom får man ytterligare en metod att bestämma läget av exciterade energinivåer i kärnor.

Det forskningsområde som sålunda öppnades av Cockcroft och Walton år 1932 har givit rika frukter och är fortfarande, med tillhjälp av nutidens mera raffinerade undersökningsmetodik, ett betydelsefullt arbetsfält inom kärnfysiken.

John Douglas Cockcroft föddes 27 maj 1897 i Todmorden, England. Han blev 1922 M. Sc. vid universitetet i Manchester och fortsatte sedan studierna vid Cavendishlaboratoriet i Cambridge, blev Dr. Sc. 1927 och stannade sedan som professor i »Natural Philosophy» i Cambridge till 1947, då han övertog chefsskapet för Atomic Energy Research Establishment (A E R E) i Harwell. Under kriget tjänstgjorde han inom Ministry of Supply som forskningschef för olika projekt.

Ernest Walton föddes 6 oktober 1903 i Dungarvan, södra Irland, där fadern var metodistpastor. Efter skolstudier i Belfast kom han 1921 till Trinity College i Dublin, där han blev Master of Science 1926. Året därpå kom han till Cavendishlaboratoriet, där hans samarbete med Cockcroft började 1929. Doctor of Science blev han 1931 och överflyttade redan efter ett par år som professor till Dublin, där han fortfarande är verksam.

Exempel på s.k. förkortat beteckningssätt

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

De icke parallella linjerna l_1 och l_2 med ekvationerna resp. $f_1(x, y)=A_1x+B_1y+C_1=0$ och $f_2(x, y)=A_2x+B_2y+C_2=0$ äro givna liksom punkten $P(a, b)$ utanför dem.

Då är $$m \cdot \frac{f_1(x, y)}{f_1(a, b)}+n \cdot \frac{f_2(x, y)}{f_2(a, b)}=m+n \qquad (1)$$

ekv. för den linje genom P, som skär l_1 i M och l_2 i N så, att $\overrightarrow{MP}:\overrightarrow{PN}=m:n$, där $m,\ n+0$.

Att (1) betyder en rät linje genom P är evident. Om man vidare i (1) insätter koord. (x_1, y_1) för den alltid förefintliga skärningspunkten M mellan (1) och l_1, får man

$$\frac{f_2(x_1, y_1)}{f_2(a, b)}=\frac{m+n}{n}$$

vilket är detsamma som att $\overrightarrow{MN}:\overrightarrow{PN}=(m+n):n$, och det är just vad som begärdes. Det är klart att formeln gäller i alla parallellkoordinatsystem, enheterna på axlarna må vara lika eller ej.

Ett viktigt specialfall är $m=n(=1)$. Då ger (1) ekv. för den linje, vars mellan l_1 och l_2 liggande segment har sin mittpunkt i P.

I detta sammanhang kan påpekas betydelsen av ekvationerna

$$\frac{f_1(x, y)}{f_1(a, b)}+\frac{f_2(x, y)}{f_2(a, b)}=0, 1, 2, 3$$

resp. linjerna l_0, l_1, l_2, l_3. De fyra linjerna äro parallella och ekvidistanta. Linjen l_2 är den ovannämnda (1) för $m=n$, l_0 går genom skärningspunkten, O, mellan l_1 och l_2, l_1 mitt emellan l_0 och l_2, l_3 slutligen bildar med l_1 och l_2 den triangel, som har sin tyngdpunkt i P.

Linjen l_1 är diagonal i den parallellogram, som bildas av l_1, l_2 och de med dem parallella linjerna genom P. Linjerna l_0 och OP äro harmoniskt konjugerade med avseende på l_1, l_2.

Rymdgeometri och skuggbilder

Av civilingenjör Torsten Wilner, Stockholm

Rymdgeometriska konstruktioner kunna i många fall på ett trevligt och medryckande sätt åskådliggöras med hjälp av skuggan. Fig. 1 visar huru kägelsnitten kunna visas på detta sätt. A är en liten glödlampa och B ett par ogenomskinliga cirkelrunda skivor, som skärma av en del av det utgående ljuset. Det skuggade området befinner sig inom en dubbelkon med spetsen vid lampan. Konens axel ligger i figurens plan. Konturlinjerna av de skuggor skivorna kasta på de plana ytorna 1—4, vilka tänkas ställda vin-

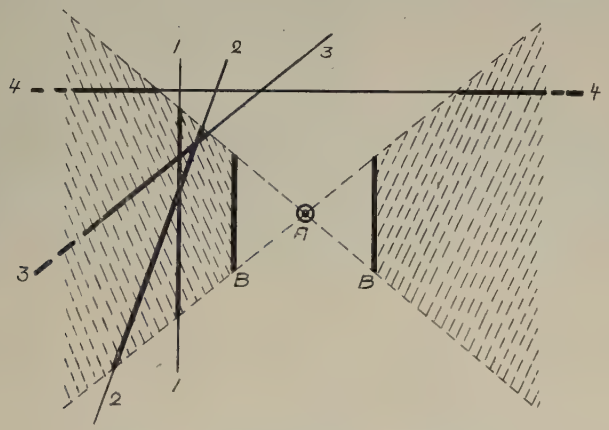


Fig. 1. Skärningar genom dubbelkon.

kelrätt mot figurplanet, utgöra skärningar mellan dessa ytor och dubbelkonen. Ytan 1 är vinkelrät mot konens axel, och skuggan blir här cirkelformig. Å den snett belägna ytan 2 framträder en ellips. Ytan 3 är parallell med en generatris och sålunda med ett tangentplan till konen. Skuggan har här formen av en parabel. Ytan 4 skär dubbelkonens båda delar och skärningen är en hyperbel med två grenar.

Fig. 2 och 3 visa anordningen i praktiskt utförande. Ett villkor för skarpa konturer är att lampans glödkropp är liten och att inga reflekterande ytor finnas nära därintill. En liten »punktljuslampa» av den typ som användes i de vanliga billiga stavlamporna är lämplig i detta fall. Av belysningsskäl anbringas lampan horisontellt. Hållaren bäres av ett ett vertikalt rör, genom vilket ledningstrådarna äro dragna. En liten svärtad skärm, anbragt kring

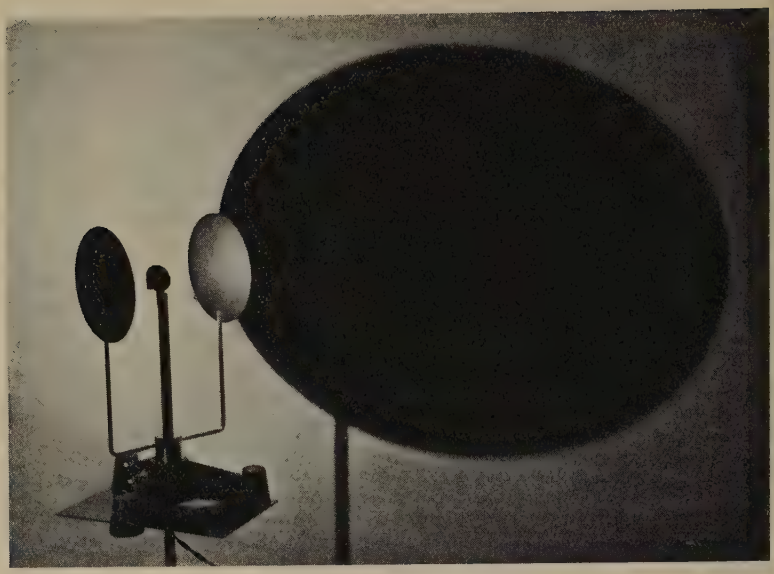


Fig. 2 och fig. 3 (på nästa sida). Ellips och hyperbel framställda som skuggkonturer.

hållaren, hindrar att åskådarna bländas av ljuset. Ström lämnas av ett ficklampsbatteri eller en liten transformator. De skuggande skivorna äro matt svartmålade, och de bäras av en hållare, som kan vridas kring mittelröret. Skivdiametern är 10 cm och avståndet från lampan 6 cm. Vid användning ställes apparaten så att lampan befinner sig omkring 15 cm från en ljus vägg eller skärm, på vilken skuggorna få falla. Apparaten bör stå högt och fritt och lampans längdaxel riktas vinkelrätt mot projektionsytan.

Vid försökets början ställas skivorna så, att en cirkelrund skugga bildas. Vrides nu systemet, glider skuggan åt sidan, och den övergår därvid till en ellips (fig. 2), som under vridningens gång blir alltmera långsträckt. När ett mot 3, fig. 1, svarande läge nåtts, har konturen formen av en parabel och skuggans utsträckning är — matematiskt sett — oändlig. Vid fortsatt vridning vidgar sig kurvans öppning, under det att skuggan alltmera avlägsnar sig från utgångsläget, och nu nalkas på andra sidan om detta — från fjärran — en ny skugga, utgörande den förstas spegelbild. Konturerna bilda ett par hyperbelgrenar, till synes skilda, men ändå på känt sätt matematiskt förenade med varandra. När skivorna vridits 90° från utgångsläget, ha kurvlinjerna det utseende som

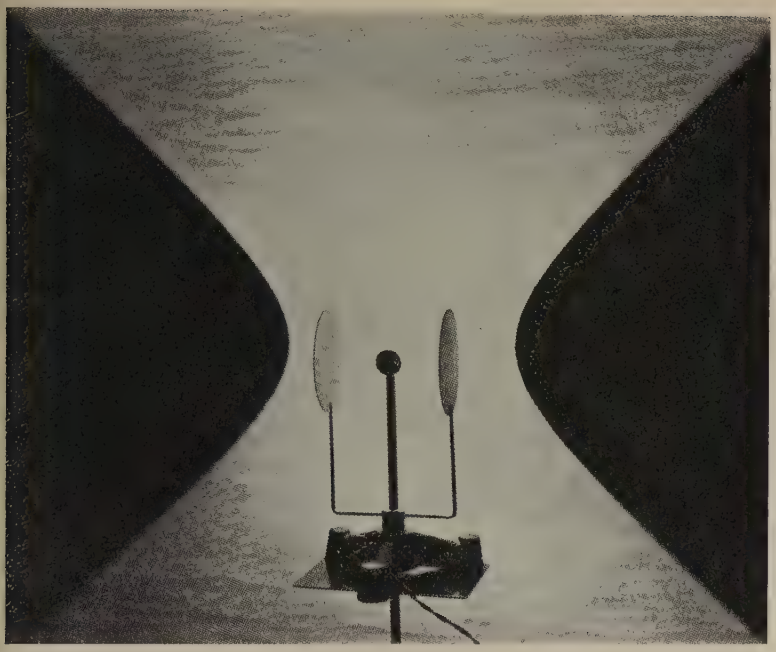


fig. 3 visar. Vrida vi nu vidare, försvinner så småningom den ursprungliga kurvdelen, medan den nytillkomna grenen övergår till en parabel, som därefter sluter sig till en ellips, vilken efter 180° vridning från utgångsläget åter ger en cirkel. Vi kunna på detta sätt låta de vackert skiftande kurvlinjerna glida vidare i följd, varv efter varv på sin ändlösa bana, och vi se här en mycket livfull bild av ett matematiskt förlopp.

Som ett annat exempel visar fig. 4 huru en kub i konturmodell av ståltråd projiceras som skuggbild. För att närmare klarlägga skuggans uppkomst och egenskaper ha några konstruktionslinjer inritats på den fotografiska bilden. De linjer som förena punkter på kuben med motsvarande bildpunkter löpa alla genom en gemensam punkt, ljuskällan. Motsvarande gäller helt allmänt vid avbildning i centralperspektiv, där de syftlinjer som förena föremål och bild gå genom det iakttagande ögat. Skuggan ter sig därför som en god perspektivbild, om den ses från en punkt nära intill lampan. En linje som från ljuskällan drages parallellt med fyra av kubens kantlinjer träffar projektionsytan i en s. k. gränspunkt, där förlängningarna av ifrågavarande kantlinjers skuggor löpa samman.

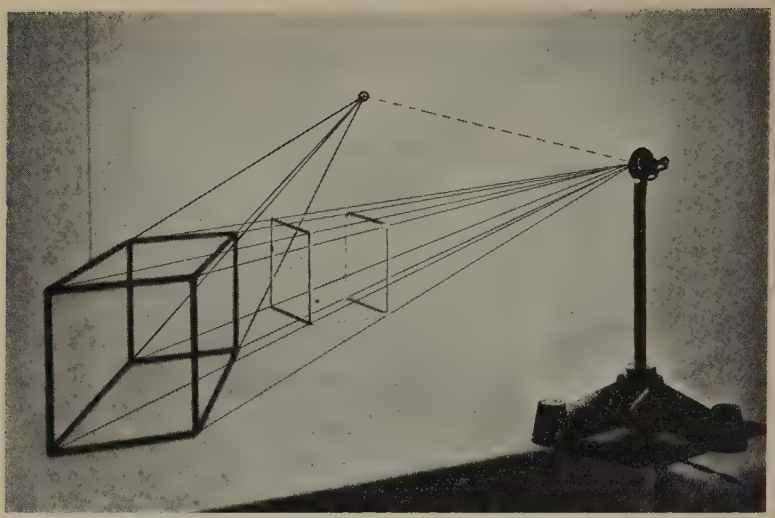


Fig. 4. Skuggbild av en trådkub. Kubens kantlängd är 8 cm och lampans avstånd från projektionsytan ca 60 cm.

De sammanstrålande linjerna utgöra skärningar mellan projektionsplanet och fyra andra plan, lagda genom linjen från lampan och dessutom genom var sin av de parallella kubkanterna. Låta vi en punkt på någon av dessa kantlinjers förlängningar glida oändligt långt bort i riktning från åskådaren, så närmar sig punktens avbildning intill gränspunkten, ett mycket intressant matematiskt förhållande, som anknyter till den icke-euklidiska geometrien.

Består projektionsskärmen av halvgenomskinligt material — ett stycke uppspänt ritpapper — kunna vi se skuggan även på skärmens baksida, och den bildar en korrekt, ehuru omvänd, perspektivbild, om den ses från en punkt bakom skärmen, symmetriskt belägen gent emot lampan. Ökas ljuskällans avstånd från föremålet och skärmen, får bilden alltmera karaktär av rätvinklig projektion. Det är intressant att se, huru skuggbilden förändras när kuben vrides. Om en av de inre diagonalerna är vinkelrät mot skärmen och ljus från den avlägsna lampan infaller i samma riktning, har skuggan formen av en regelbunden sexhörning med diagonaler.

På liknande sätt kunna konturmodeller och projektioner göras av andra vanliga rymdgeometriska figurer och konstruktioner. Koner och cylindrar (bottnar behövas ej!) böjas lätt till av cellon. Glasdelar kunna även användas. Som sfärer duga genomskinliga bollar av plast, vilka ibland finnas i leksaksaffärerna. Fältet är

fritt för händighet i förening med konstruktiv fantasi! Den frihet och rörlighet som utmärker de bilder vi här kunna framställa ger kanske även åt dem som icke ha direkt matematisk läggning ett intryck av matematikens makt att vidga tankens gränser.

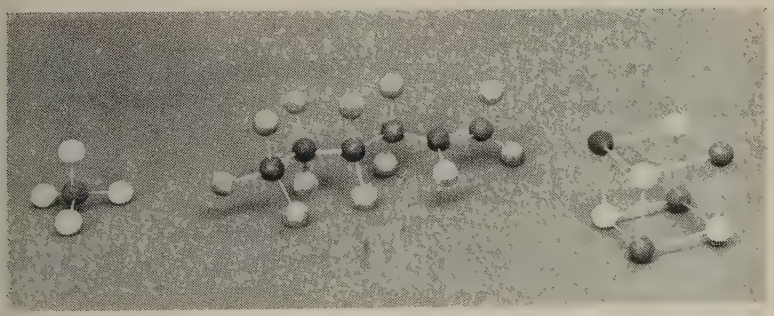
Den som ej själv vill göra apparaterna (fig. 1—4) kan vända sig till P. A. Norstedt & Söners skolavd., Stockholm.

Molekyl- och gittermodeller av billigt material

Av civilingenjör Torsten Wilner, Stockholm

Molekylernas och kristallgittrens rymdgeometriska egenskaper behandlas numera även i elementära läroböcker. Det kan därför vara av intresse för undervisningen att instruktiva modeller visande hithörande förhållanden kunna framställas av så enkla medel som cellulosakulor och tandpetare. Kulorna — s. k. »flirtkulor» — i blandade färger och med diameter omkring 20 mm finnas att köpa i pappersaffärer och varuhus.

Med en spetsig syl borras hål i det ganska sega cellulosamaterialet. Tandpetarna — molekylernas bindningar — klippas medelst en avbitaretång till lämpliga längder med spetsiga ändar, vilka tryckas in i de borrade hålen. Av förenklingsskäl framställas alla slag av atomer här i samma storlek. De kunna emellertid skiljas genom olika färg.



Molekyl- och gittermodeller, byggda av cellulosakulor och tandpetare.

Modellerna å figuren visa, från vänster räknat, en metanmolekyl (CH_4), en molekyl av polyeten $(C_2H_4)_3$ med polymeriseringsgrad 3 samt en detalj ur koksaltets (NaCl) kristallgitter. Den vänstra modellen kan även föreställa koltetraklorid (CCl_4) eller en sulfatjon

(SO_4^{--}). Låta vi alla kulorna i gruppen motsvara kolatomer, få vi en detalj ur diamantens kristallgitter.

Polyeten framställes numera i stor skala genom polymerisering av det gasformiga ämnet eten ($CH_2=CH_2$, tidigare benämnt etylen) vid högt tryck och temperaturer omkring 200° C. Etenmolekylerna förenas därvid i serier under upplösning av dubbelbindningarna utom i ett enda sista led (se bilden!) Kolkedjan överensstämmer med en paraffinkedja så när som på denna detalj, vilken emellertid högst avsevärt förändrar egenskaperna. Beroende på polymeriseringsgraden, som anger antalet uppbyggande etenmolekyler, kan konsistensen hos den tekniska produkten vara oljeartad eller fast. Antalet kolatomer i molekylen kan vara 1000 eller större. Materialet har snabbt fått stor teknisk betydelse som plastmaterial. Det har god beständighet och utmärkta elektriska isolationsegenskaper. Av detsamma tillverkas folier, slang, mjukväggiga flaskor etc.

Koksaltgittret utmärkes därigenom att natrium- och kloratomerna äro »diagonalt» ordnade i kubens sidoytor på sätt som bilden anger. Strukturen framträder tydligare, om modellen utbygges till ett större gitter, i vilka kuber av det visade slaget ingå som element.

Vid större modeller ersättas tandpetarna lämpligen av genomgående stråltrådar. Det hela kan för att ytterligare öka stadigheten monteras på en träplatta. Som stomme för ett gitter behövas då endast ett antal raka ståltrådar, vinkelrätt inborrade i plattan. På dessa trådar trädas kulorna upp och förskjutas till önskat läge i förhållande till varandra.

Många rymdgeometriska förhållanden inom kristallgittren, exempelvis de olika genomgående gitterplan, i vilka partiklarna kunna ses ordnade, framhävas ytterligare om gittret avbildas i skuggprojektion på sätt som beskrives i föregående uppsats i detta häfte. De på så sätt framkomna skuggbilderna få dock ej förväxlas med de diffraktionsbilder som uppkomma genom spridning av röntgen- eller elektronstrålar i verkliga kristallgitter, där avstånden mellan de reflekterande kristallplanen äro av samma storleksordning som strålarnas våglängd. Modellmässig framställning av de senare förhållandena kan göras med hjälp av modeller som placeras i en vattenyta med vågrörelse.

För undervisningen kunna nedanstående på lättillgängligt sätt skrivna svenska böcker i här berörda ämnen vara av intresse:

Perstorpsboken, Plastteknisk Handbok. C. A. Strömberg AB, Valhallavägen 184, Stockholm. Pris kr. 22:—.

Kurs i Röntgenteknik. Teknisk Tidskrifts Förlag, Sthlm 1943, kr. 3:60.

LÄROBÖCKER I KEMI

***Gunnar Hägg*, Kemisk reaktionslära**

En inledning till analysens teori.

En fullständig framställning av de för den kemiska reaktionsteorien så viktiga jämvikterna i vattenlösningar.

För högskolor och gymnasier. Inb. 6:60

***Sillén-Lange-Gabrielson* Fysikalisk-kemiska räkneuppgifter**

"... här finner man en kristallklar framställning av många fundamenta, som ofta beskrivas tämligen diffust i de elementära fysikalisk-kemiska läroböckerna..."

2:a utökade uppl. inb. 29:— *Lektor Ido Ledén, Sv. Kem. Tidskr.*

***Tore Philipson*, Kvalitativ oorganisk analys**

Handledning vid laborationsövningar.

Inb. 8:75

***Tore Philipson*, Preparativ oorganisk kemi**

Handledning vid laborationsövningar.

Inb. 5:50

En stor nyhet utsändes i slutet av mars:

***Linus Pauling*, Allmän kemi**

Översatt av G. Starck.

När Elementa anmälde originalet, skrev lektor E. Nordefeldt:

"En verkligt rolig och underfundig bok, som förtjänar att studeras av varje kemist..."

Almqvist & Wiksells Skolböcker

HUGO GEBERS FÖRLAG, BOX 159, STOCKHOLM 1

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDETS PUBLIKATION

KOSMOS

band 29 har utkommit med följande innehåll:

1. Nobelprisen i fysik och kemi 1951. Av fil. dr ANNA BECKMAN.
2. Självstudier med experiment. Av civiling. TORSTEN WILNER.
3. Fasta kroppars sekundärelektronemission. Av fil. kand. SETH BERGLUND.
4. Scintillationsspektrometern. Av civiling. fil. mag. SVEN A. E. JOHANSSON.
5. Om registrering av elektriska impulser. Av prof. PER OHLIN.
6. Linjära acceleratorer. Av civiling. ALLAN BERGSTEDT.
7. Teorier för jordens permanenta magnetfält. Av tekn. lic. STIG LUNDQUIST.
8. Något om den nyare kvantelektrodynamikens experimentella grundvalar. Av tekn. lic. GUNNAR LINDSTRÖM.
9. Mesonerna. Av doc. BJÖRN BRUNO.
10. Den kemiska bindningen. Av fil. lic. INGA FISCHER.
11. Precisionsmätning med interferens- och faskontrastoptik. Av doc. ERIK INGELSTAM.

Boken tillställes samfundets medlemmar *inbunden* jämte kvitto på medlemsavgift som postförskottsförsändelse å Kr. 12:—. Medlemskap erhålles efter hänvändelse till **Fil. Dr fru Anna Beckman, Lilljeborgsvägen 3, Uppsala.** Även institutioner och bibliotek antagas som medlemmar.

Samfundets medlemmar kunna i mån av tillgång erhålla bundna exemplar av äldre Kosmos-band till ett pris av 10 kr per styck, bd 27 och 28 à 12 kr, inklusive porto.

LÄROBÖCKER I KEMI

av Iwan Bolin och Bror Gustaver

KEMI FÖR REALSKOLOR I	Pris 1: 45
KEMI FÖR REALSKOLOR II	» 1: 75
KEMISK ANALYS I, Kvalitativ kemisk analys	» 1: 35
KEMISK ANALYS II, Titreranalys	» 0: 90
KEMI FÖR SEMINARIER	» 7: 90

KEMI FÖR GYMNASIET, utkommer till hösten i förk. uppl.

LÄSEBOK TILL KEMI FÖR GYMNASIET, utkommer till hösten

TIDEN

Analogien mellan elektriska och magnetiska fält i materiella medier och definitionerna för de magnetiska storheterna

Av laborator J. O. Linde, Stockholm

I en nyligen publicerad uppsats över analogien mellan elektriska och magnetiska fält i materiella medier framhåller docent Hjalmars (Elementa *34*, 1951, s. 229) att valet av enhetssystem är betydelselöst för problem av detta slag. Även om detta påstående kan gälla som riktigt för den av Hjalmars betraktade frågan, så är å andra sidan ofrånkomligt, att man med M K S A-systemets definitioner erhåller större klarhet och överskådlighet av hithörande förhållanden än vad som är möjligt med de klassiska enhetssystemens. (I Elementa *22*, 1939, s. 217 och *23*, 1940, s. 81 har E. Ingelstam givit en utförlig framställning av rationaliserade M K S A-systemets grundprinciper.) För den segslitna frågan om rätta utformningen av definitionerna för de magnetiska storheterna i M K S A-systemet spelar frågan om analogierna mellan elektriska och magnetiska storheter en viktig roll. Jag skall i det följande, delvis som kommentar till Hjalmars' arbete, något beröra dessa problem. Speciellt skall de definitioner som har sammanhang med formuleringen av Coulombs lag för kraftverkan mellan magnetpoler diskuteras. En del svagheter som vidlåder definitionerna i e m e-systemet skall därvid påpekas.

Enligt resultat av kunskapsteoretisk art, som framkommit under utarbetandet av M K S A-systemet av bl. a. E. Hallén (K. T. H:s Handlingar *6*, 1947), utgör magnetiska fältstorheten B den analoga motsvarigheten till E (fältstyrkan) och magnetiska H motsvaras av elektriska D (dielektriska förskjutningen). Ett sätt att framhäva detta är att man i de grundläggande relationerna mellan E och D resp. B och H ($D=\varepsilon\varepsilon_0 E$ resp. $B=\mu\mu_0 H$)[1] gör en enkel omformning av den första, så att man skriver

[1] Här må erinras om att storheterna ε_0 och μ_0 (som även kallas dielektricitetskonstanten resp. permeabiliteten för vakuum) i M K S A-systemet har bestämda dimensioner och talvärdena $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ resp. $4\pi \cdot 10^{-7}$, medan ε och μ äro de vanliga dielektricitets- resp. permeabilitetstalen, vilkas värden är oberonde av enhetssystem.

$$E=\frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} \text{ resp. } B=\mu\mu_0 H$$

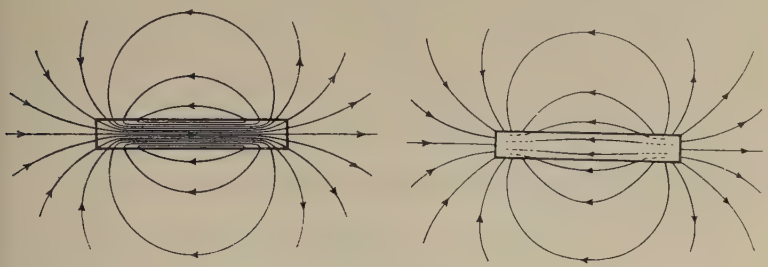
Vi lägger märke till att i dessa varandra motsvarande elektriska och magnetiska uttryck ε och μ förekommer på olika sätt (ena storheten i nämnaren och den andra i täljaren). En översikt över allmänna elektrostatiska och elektromagnetiska samband visar, att detta slags motsvarighet i själva verket gäller generellt för fysikaliskt jämförbara uttryck av de bägge slagen. (Ex.: fältet hos en skivkondensator $E=\sigma/\varepsilon\varepsilon_0$ och hos en lång strömspole $B=\mu\mu_0 \cdot nI$).

Vi kunna därefter konstatera, att det av Hjalmars diskuterade förhållandet, att D och H förhåller sig konstanta vid ändring av mediet, under det att E och B samtidigt ändras, innebär att analoga storheter förhåller sig likartat gentemot ett materiellt medium. (Med de klassiska systemens definitioner framgår detta ej klart.)

Att storheten E vid givna konstanta laddningar alltid minskar vid övergång från vakuum till ett materiellt medium medan B under samma förhållanden i regel ökar (om nämligen $\mu>1$), förklaras av fältens olika natur (rotationsfritt fält resp. virvelfält), (se härtill också Hjalmars' utredningar). Det kan tilläggas, att de magnetiska effekterna är mera komplicerade än de elektriska, eftersom även $\mu<1$ är fysikaliskt möjligt (diamagnetiska ämnen), medan för alla materiella ämnen gäller $\varepsilon>1$.

Olikheten mellan äldre och modern uppfattning i de här berörda frågorna framträder särskilt tydligt vid beskrivningen av förhållandena hos en permanent magnet, där man bl. a. möter begreppen magnetpoler och magnetisk polstyrka (polmängd).

Som experimentellt faktum gäller, *att B-fältet resp. induktionsflödet saknar källpunkter*. Vid en permanent magnet har detta flöde därför utseendet enl. fig. 1 a. Motsvarande H-fält (som är att uppfatta huvudsakligen som matematisk hjälpstorhet) kan erhållas med hjälp av relationen $B=\mu\mu_0 H$. Eftersom inne i järnet i detta fall (oberoende av enhetssystem) gäller $\mu\gg 1$ och utanför $\mu\approx 1$, får detta fält kvalitativt utseendet enl. fig. 1 b. Magnetiska tillståndet hos en permanent magnet kan sägas motsvaras av en punkt i andra kvadranten av magnetiseringsdiagrammet. Därav framgår att H inne i järnet har den i fig. 1 b angivna riktningen, vilket också kan härledas genom direkta beräkningar, Fig. 1 b visar att H-fältet kan tillskrivas källpunkter (magnetpolerna). För att detta resultat, vars härledning är logiskt bindande, skall komma till uttryck i Coulombs lag för kraftverkan mellan två magnetpoler (m, m_1) *har man att placera* $\mu\mu_0$ *i täljaren av formeln*. Vid rationaliserade enheter skrives denna därför



a *b*

Fältbilderna i och omkring en permanent magnet a) B-fältet, b) H-fältet.

$$F=\frac{\mu\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{mm_1}{r^2} \qquad (1)$$

Placeringen av μ i täljaren förutsätter att kraftverkan mellan givna konstanta polmängder ökar med μ, vilket också fysikaliskt gäller, så framt det magnetiska kraftfältet har karaktären av ett virvelfält. (De inriktade atomära magneternas fält hos det materiella mediet förstärker, såsom man vid närmare undersökning finner, det givna fältet.)[1]

För att mera påtagligt visa att, med den i ekv. (1) valda placeringen av $\mu\mu_0$, polmängden m utgör källpunkter för $\boldsymbol{H}$-fältet och att $\boldsymbol{B}$ är fältstyrka, jämför vi ekvationen med motsvarande lag för kraftverkan mellan elektriska punktladdningar, som (i rationaliserat men i övrigt godtyckligt enhetssystem) har den erkända formen

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{QQ_1}{r^2} \qquad (2)$$

Storheten ε ingår här i nämnaren, eftersom polarisationen av mediet vid ifrågavarande fält medför en minskning av fältstyrkan vid givna konstanta laddningar (de inducerade resp. inriktade dipolerna har, som man lätt verifierar, sitt fält riktat motsatt det verkande fältet). För den av laddningen Q_1 härrörande fältstyrkan $\boldsymbol{E}$ (=kraft per enhet av laddning som påverkas av Q_1:s fält) och diel.-förskjutningen $\boldsymbol{D}$ ($\boldsymbol{D}=\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}$) som funktion av r erhålles

$$\frac{F}{Q}=E=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \text{ resp. } D=\frac{Q_1}{4\pi r^2}$$

[1] I ett diskussionsinlägg till Tekniska Skrifter nr 150, 1951 utgivna av Svenska Teknologföreningen har författaren till denna uppsats närmare berört hithörande fråga. I nämnda skrift diskuteras måttsystem.

(Uttrycket för D kan även härledas exempelvis med hjälp av Gauss' sats.) Storheten D, som är en vektor, i detta fall likriktad med E, kan med denna framställning sägas representera tätheten av ett flöde som med sfärisk symmetri utgår från den givna punktladdningen, varvid (vid rationaliserat system) svarar en flödeslinje per enhet laddning.

För det magnetiska fältet erhålles på samma sätt av (1)

$$\frac{F}{m} = B = \mu\mu_0 \frac{m_1}{4\pi r^2} \text{ resp. } H = \frac{m_1}{4\pi r^2}$$

De som synes analoga uttrycken för D och H visar, att magnetpolerna utgör källpunkter för ett flöde tillhörande H-fältet, på samma sätt som elektriska laddningar Q utgör källor för D-fältet. Att storheten F/m (fältstyrkan) därvid är identisk med B framgår enklast av att μ ingår i täljaren av uttrycket till höger i ekvationen. Storheten B utgör samtidigt fältstyrkan vid kraftverkan på strömelement (vilken regleras av Biot-Savarts lag). Detta senare gäller även i de klassiska enhetssystemen, men i dessa utgör H fältstyrkan vid kraftverkan på magnetpoler.

Dimensionerna för m (polmängd) blir med de här givna definitionerna amperevarv × meter. I e m e-systemet, där man genom direkt analogibildning med motsvarande elektrostatiska formel bl. a. väljer att placera μ i nämnaren av Coulombs lag, uttryckes polmängden i maxwell (som motsvaras av weber i M K S A), vilket i sin tur innebär att man i detta system inför källpunkter för B-fältet. Med hänsyn till ovan omnämnda experimentella faktum (B-fältet källfritt) är detta val »olyckligt». Placeringen av μ i nämnaren av Coulombs lag kan ej heller försvaras, om man som (rimlig) fordran ställer att lagen skall återge det materiella mediets inverkan på kraftens storlek vid givna (tänkta) konstanta magnetpoler på ett riktigt sätt.

Den fysikaliskt mycket betydelsefulla storheten magnetiskt moment, som för en stavmagnet definieras av $m \cdot l$ (l=polavståndet), får i M K S A-systemet dimensionerna amperevarv × m², motsvarande uttrycket $I N A$ för en strömspole. Om man däremot placerar $\mu\mu_0$ i nämnaren av Coulombs lag, blir dimensionerna för magnetiskt moment weber × m, vilket motsvaras av uttrycket $\mu_0 I N A$ för en strömspole. Även ur synpunkten av större enkelhet är det förstnämnda uttrycket att föredraga. Sålunda blir härvid reduktionstalen mellan enheterna i klassiska e m e- och M K S A-systemet ej blott för magnetiskt moment utan även för magnetisk polstyrka och den s. k. magnetiseringen de enklast möjliga (se härtill exempelvis kompendier i ellära vid K. T. H.).

Derivata och diskriminant hos polynom

Av fil. dr Josef Andersson och fil. lic. Nils Löfman, Vaxholm

Vi betrakta först ekvationen

$$y=ax^2+bx+c \tag{1}$$

Multipliceras alla termerna med $4a$ och ökas bägge leden med b^2, kan den ges formen $(2ax+b)^2=b^2-4ac+4ay$, varav

$$2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac+4ay} \tag{2}$$

Beroende av tecknet hos a får funktionen sitt max. eller min., $y=(4ac-b^2):4a$ för $x=-b:2a$, med andra ord då ekvationens diskriminant (som ekv. i x) är 0. Observeras bör, att vänstra ledet i (2) är av identiskt samma form som derivatan av högra ledet i (1).

Sedan snart ett halvsekel är det icke brukligt att vid lösning av maximum- och minimumuppgifter i skolan undersöka diskriminanten, utan man tar genast fram derivatan. Icke utan intresse torde det därför vara att vänstra ledet i (2) efter kvadrering är första derivatans kvadrat och högra ledet diskriminanten. För uppsökande av maximum och minimum är det således likgiltigt vilket av leden som sättes lika med noll. Klyftan mellan de båda vägarna är ej så stor att den ej kan överbryggas.

Detta samband mellan andragradspolynomets derivata och diskriminant återfinnes — ehuru ej i lika enkel form — i det allmänna fallet.

Det gäller nämligen:

> Om man i diskriminanten D för polynomet
>
> $$P(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n,\quad a_0\neq 0,$$
>
> ersätter a_n med $-a_0x^n-a_1x^{n-1}-\ldots-a_{n-1}x$, erhålles ett polynom av graden $n(n-1)$ och formen $[P'(x)]^2\cdot Q(x)$, där nollställena till första faktorn äro abskissorna (dubbelt räknade) för max.- och min.punkterna på kurvan $y=P(x)$, medan nollställena till $Q(x)$ äro abskissorna för de $(n-1)\cdot(n-2)$ punkter, i vilka tangenterna i max.- och min.-punkterna ytterligare råka kurvan.

För att inse detta är det nödvändigt att erinra sig diskriminantens definition och ett par av dess enklaste egenskaper.

Om $x_1, x_2, \ldots, x_n$ äro nollställena till $P(x)$ (rötterna till $P(x)=0$), är enl. def. diskriminanten

$$D=a_0^{2(n-1)}\,\Pi(x_i-x_j)^2,\ i,\ j=1,\ 2,\ \ldots\ n \text{ samt } i<j.$$

Produkten, som är av graden $n(n-1)$ som homogent polynom i samtliga x_i och av graden $2(n-1)$ som funktion av ett x_i, är den enklaste *symmetriska* funktion, som 1) försvinner så snart två x_i äro lika och 2) ej kan försvinna med mindre åtminstone en likhet $x_i=x_j$, $i\neq j$, gäller.

Enligt grundsatsen om symmetriska funktioner av rötterna är produkten ett polynom i a_1/a_0, a_2/a_0, ..., a_n/a_0, i vilket åtminstone en term har graden $2(n-1)$, ingen högre grad; dessutom är varje term av graden $n(n-1)$ i rötterna.

Tillkomsten av faktorn $a_0^{2(n-1)}$ gör att D är ett homogent polynom av graden $2(n-1)$ i a_0, a_1, ..., a_n. Termen $k(a_0a_n)^{n-1}$, där k är en sifferfaktor $\neq 0$, ingår i det allmänna polynomets D. Den uppfyller nämligen villkoren beträffande nyssnämnda gradtal och *kan* således tänkas förekomma. *Saknades* den, skulle alla termer i D, då de innehålla a_n i lägre grad än $n-1$ eller ej alls, ha en eller flera av $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ som faktorer av första eller högre grad och ekvationen $a_0x^n+a_n=0$ skulle ha dubbelrot även när $a_n\neq 0$, vilket som bekant icke är fallet.

Betrakta nu ekvationen $P(x)=0$ resp. kurvan $y=P(x)$. När man i D ersätter a_n med a_n-y, är

$$D(a_0,\ a_1,\ \ldots\ a_{n-1},\ a_n-y)=0 \qquad (3)$$

enligt vad nyss visats en ekvation av graden $n-1$ med rötterna $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$, som äro polynomets max.- och min.värden (Vi tänka endast på det allmänna fallet). De tillhörande dubbelrötterna till $P(x)-y=0$ äro rötterna $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_{n-1}$ till $P'(x)=0$.

Om man i (3) ersätter y med $P(x)$ eller, vilket är detsamma, utbyter a_n i D mot $-a_0x^n-\ldots-a_{n-1}x$, så är

$$D(a_0,\ a_1,\ \ldots,\ -a_0x^n-\ldots-a_{n-1}x)=0 \qquad (4)$$

en ekvation av graden $n(n-1)$. Dess rötter äro, utom dubbelrötterna $\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_{n-1}$, de $(n-1)(n-2)$ abskissorna för de punkter, där tangenterna i max.- och min. punkterna för övrigt råka kurvan. Men $2(n-1)+(n-1)(n-2)=n(n-1)$, gradtalet är fulltecknat och satsen bevisad.

Exempel:

Ekv. $x^3+px+q=0$ har diskriminanten $D(p, q)=-4p^3-27q^2$. Maximi- och minimivärdena för $y=x^3+px+q$ bestämmas av

$$D(p, q-y)=-4p^3-27(q-y)^2=0; \quad \therefore \; y=q\pm\sqrt{-4p^3}:27.$$

Vidare blir

$$D(p,-x^3-px)=-4p^3-27(x^3+px)^2=(3x^2+p)^2(-3x^2-4p).$$

Betyda z_1, z_2 den sista faktorns nollställen, så är vid lämplig numrering

$$2\bar{x}_1+z_1=2\bar{x}_2+z_2=0$$

som det skall vara för tre punkter i rät linje på ifrågavarande kurva.

Ekvationer med rationella rötter

Av lektor Tore Öberg, Härnösand

I en tidigare uppsats i Elementa (mars 1951) visades, att om en tredjegradsekvation utan andragradsterm har tre rationella rötter, har den formen

$$n^3N^2x^3-m^2nBx-m^3A=0$$

Substitueras $x=\dfrac{mz}{nN}$, erhålles

$$z^3-Bz-AN=0 \tag{1}$$

Om ekvationens rötter äro k_1, k_2 och $-(k_1+k_2)$, är

$$B=k_1^2+k_1k_2+k_2^2=(k_1-k_2)^2+3k_1k_2 \tag{2}$$

$$AN=-k_1k_2(k_1+k_2) \tag{3}$$

Nu skall dels anges ytterligare ett par villkor utöver de i nämnda uppsats angivna, dels visas de enklaste konsekvenserna för den fullständiga tredjegradsekvationen och för den från tredjegradsterm befriade fjärdegradsekvationen.

A. Av (3) följer, att AN är jämnt. Om B ej har faktorn 3, synes av (2), att $k_1 \not\equiv k_2 \pmod 3$, och då inses omedelbart av (3), att $AN\equiv 0 \pmod 6$. Om däremot B har faktorn 3, har B formen $18n+3$, eftersom B ej får ha mer än en faktor 3 och varje annan faktor skall ha formen $6n+1$. Insättes i (1) en rot, som ej har faktorn 3, $\therefore \; z=3m\pm 1$, blir $z^3=9m_1\pm 1$ och

$$AN=9m_1\pm 1-(18n+3)(3m\pm 1)=9m_2\mp 2.$$

Men AN skall vara jämnt, varav

$$AN \equiv \pm 2 \pmod{18}.$$

Vi ha således funnit, att AN skall vara jämnt, att antingen B eller AN skall ha faktorn 3 och att i förra fallet AN skall vara $\equiv \pm 2 \pmod{18}$.

B. Den fullständiga tredjegradsekvationen

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

övergår genom substitutionen $x=(y-b):3a$ till

$$y^3-3(b^2-3ac)y-[b^3-27a^2d-3b(b^2-3ac)]=0.$$

Den y-fria termen i denna ekv. måste vid rationella rötter enl. ovan vara jämnt tal. Härav och enl. satsen i ovannämnda uppsats erhålles följande.

Om i ekv. $ax^3+bx^2+cx+d=0$

antingen b^2-3ac har en primfaktor av formen $6k-1$, som ej finnes i b^3-27a^2d,

eller a, b och c äro udda tal och d jämnt tal,

eller a och d äro udda och åtminstone det ena av talen b och c är jämnt tal,

så har ekvationen högst en rationell rot.

C. En viss resolvent till ekv.

$$rx^4+px^2+qx+s=0$$

är $$z^3-3(p^2+12rs)z-[8p^3+27q^2r-6p(p^2+12rs)]=0.$$

Med samma motivering som den till sats B erhålles följande.

Om i ekv. $rx^4+px^2+qx+s=0$

antingen p^2+12rs har en primfaktor av formen $6k-1$, som ej finnes i $8p^3+27q^2r$,

eller rq är udda tal,

så har ekvationen högst två rationella rötter.

En ny svensk lärobok i matematisk analys

Av fil. lic. Hans Rådström, Stockholm

Professor Johannes Malmquist och licentiaterna Valdemar Stenström och Sture Danielson ha nu utgivit första delen av den sedan länge planerade läroboken i matematisk analys.[1] Tillsammans kommer det att bli tre delar, och att döma av det digra första bandet kommer det färdiga verket att till omfånget påminna om de stora franska läroböckerna i analys: Jordan, Picard, Goursat. Utgivandet av en så omfattande lärobok på svenska är uppenbarligen en händelse av allra största betydelse för den matematiska undervisningen i Sverige.

Första bandet utkom i slutet av föregående år och bär titeln »Differential- och integralkalkyl». De övriga banden beräknas utkomma under innevarande år. Enligt ett prospekt skall andra delen innehålla analytiska funktioner av en komplex variabel och den analytiska teorien för lineära differentialekvationer och vissa av den matematiska fysikens speciella funktioner. Den tredje delen skall ägnas variationskalkyl, Fourierserier och partiella differentialekvationer av första och andra ordningen jämte integralekvationer med tillämpningar.

Det nu föreliggande första bandet omfattar huvudsakligen teorien för reella och komplexa tal, differential- och integralkalkyl, oändliga serier och elementär teori för ordinära differentialekvationer. Framställningen är klar och lättfattlig och präglas av de tre författarnas långa pedagogiska erfarenhet. Särskilt bör framhållas rikedomen på exempel (och motexempel), samtliga i texten och med fullständiga lösningar. Detta gör framställningen utomordentligt konkret och ger den för läsaren nödvändiga belysningen från olika håll av definitioner och satser. Anmälaren kan icke erinra sig någon matematisk lärobok, som i detta avseende kan tävla med den föreliggande.

Författarna vända sig enligt förordet i första hand till de studerande vid de tekniska högskolorna. Emellertid innehåller boken mycket mera material än vad som obligatoriskt ingår i grundkursen i matematik vid dessa högskolor. För att ange vilka partier, som äro obligatoriska för betyget godkänd, har man

[1] Johannes Malmquist, Valdemar Stenström och Sture Danielson, Matematisk analys, Del I, Differential- och integralkalkyl, Natur och Kultur, Stockholm 1951, 714 s., kr. 70:—.

tryckt dessa i normal stilstorlek, medan övriga delar tryckts med mindre stil. Författarna ha strävat efter att ge en från början logisk uppbyggnad av ämnet och ha även i stort sett lyckats väl. Naturligtvis har det inte varit möjligt att göra detta på ett sådant sätt, att de obligatoriska delarna för sig utgöra en strängt logiskt sammanhängande lärobyggnad, utan här ha författarna varit tvungna att referera till resultat från de övriga delarna. Det är klart att om man försöker ge en kurs för godkänt vid universiteten eller de tekniska högskolorna en strängt logisk uppbyggnad, så blir man antingen tvungen att göra den orimligt stor, eller också kommer den aldrig att omfatta det material, som för användningarna är det viktigaste. Det bör framhållas, dels, att de satser, som sålunda i de obligatoriska delarna »lånas» från de övriga, äro åskådligt »självklara», dels, att där ett sådant lån göres, detta förhållande klart framhålles och det dessutom i allmänhet anges skäl varför den ifrågavarande satsen i verkligheten icke är självklar.

Det är naturligt att det i en bok på över sjuhundra sidor måste förekomma ställen, där framställningen kan diskuteras. Det vore kanske frestande att i första hand diskutera de allmänna riktlinjer efter vilka boken är upplagd. Även om en betydlig modernisering av lärobokslitteraturen enligt anmälarens mening numera är både möjlig och önskvärd, så skulle det emellertid föra för långt att i en anmälan polemisera mot den föreliggande bokens konservativa linje. En sådan polemik måste nämligen automatiskt komma att rikta sig mot all existerande god lärobokslitteratur i analys (med ett undantag: Bourbaki, som dock närmast är en encyklopedi och icke en lärobok). Hittills har icke publicerats någon god lärobok i analys, där framställningen väsentligt avviker från den, som en gång kommit att betraktas som klassisk och för vilken de ovan nämnda franska läroböckerna varit normgivande.

Av dessa skäl beröra de följande anmärkningarna enbart detaljfrågor.

På sidorna 5 och 14 anges på följande sätt den egenskap hos en talföljd a_ν, som betraktas vid Cauchys allmänna konvergenskriterium:

$$\lim_{\nu\to\infty}(a_{\nu+\mu}-a_\nu)=0$$

Visserligen definieras denna egenskap på bägge ställena genom det korrekta: Till varje $\varepsilon>0$ finnes N så att $|a_{\nu+\mu}-a_\nu|<\varepsilon$ för alla $\nu>N$ och alla $\mu\geqq 1$; men icke desto mindre är skrivsättet olämpligt, då ju $\lim_{\nu\to\infty}(a_{\nu+\mu}-a_\nu)$ enligt gängse konventioner skall

anses innehålla μ som en fri variabel varför $\lim_{\nu\to\infty}(a_{\nu+\mu}-a_\nu)=0$ tolkas som: Till varje $\mu\geqq 1$ och varje $\varepsilon>0$ finnes N, så att för alla $\nu>N$ .... Det hade varit lika lätt att skriva $\lim_{\mu,\,\nu\to\infty}(a_\mu-a_\nu)=0$.

På sidorna 20—22 behandlas gränsvärden av talföljder resp. av talmängder. Då det här rör sig om två väsentligt olika begrepp, hade det varit lämpligare om gränsvärde för en talmängd fått en särskild beteckning, t. ex. hopningspunkt (-värde).

Funktionsbegreppet införes på sid. 23 genom följande definition: »Antag att x är en variabel och att mot varje tal som x kan få antaga tänkes svara ett bestämt tal y. Då säges y vara en funktion av x. ...». Anmälaren reagerar mot ett sådant uttryckssätt, dels därför att det är diffust, dels därför att det är onödigt att blanda in tänkande varelser som grundbegrepp i matematiken. Varför inte använda den enkla, klara definitionen: Funktion=mängd av talpar?

Ett dilemma, som lämnas olöst i denna liksom i de flesta böcker i analys, (undantag t. ex. Hardy, Bourbaki), uppträder vid införandet av de trigonometriska funktionerna (sid. 29). Man definierar sin och cos som koordinater för punkter på enhetscirkeln, varvid vinkeln mätes i radianer. För vinkelmätning fordras därför en teori för båglängd som emellertid icke är utvecklad på detta stadium.

På sidan 51 definieras relationen: $f(x)$ är av samma storleksordning som $g(x)$. Definitionen är sådan, att om $f(x)<0$, så är $f(x)$ icke av samma storleksordning som $f(x)$.

Som motivering för definitionen av kontinuitet säges (sid. 54): »Det gäller att i exakt matematisk form uttrycka att kurvan $y=f(x)$ är sammanhängande». Det är sant att denna motivering historiskt har spelat en viss roll (ordet »kontinuerlig»), men det är icke sant, att man leds till den gängse definitionen av kontinuitet, om man i exakt matematisk form uttrycker att $y=f(x)$ har en sammanhängande kurva. Sätt t. ex. $f(x)=\sin\frac{1}{x}$ för $x\neq 0$ och $f(0)=0$. Kurvan $y=f(x)$ är då sammanhängande men funktionen icke kontinuerlig.

I kapitlet VI (sid. 211—257) om oändliga serier användes ganska konsekvent bruket att skriva att serien är lika med ett visst tal a, i stället för har summan a. Detta leder till oklara formuleringar. (T. ex. Sats 1 sid. 232.)

Tyvärr är framställningen av sambandet mellan bestämd och obestämd integral (sid. 457) svårbegriplig. Detta beror framför allt på att det saknas hänvisningar till de satser som man stöder sig på. Utom den hänvisning till nr 171 som gjorts borde ha hän-

visats till nr 191 och nr 200. Dessutom borde ha omnämnts att det här rör sig om en funktion $f(x)$, som förutsättes vara kontinuerlig.

Vid teorien för båglängder användas två olika definitioner av detta begrepp. Det definieras dels genom approximerande polygoner (sid. 481), dels genom den klassiska integralen för båglängd (sid. 482). Begreppet rektifierbarhet sammankopplas uttryckligen med den förra definitionen. Därigenom blir satsen på sid. 485 felaktig. Den säger nämligen att kvoten mellan en rektifierbar båge och dess korda går mot 1, då bågens längd går mot 0, och detta gäller t. ex. inte för en kurva med hörn.

Vid införandet av dubbelintegraler bildas över- och undersummorna genom att integrationsområdet uppdelas i ändligt många »smådelar». Om dessa säges uttryckligen att inget annat antagande göres än att de ha ytor (sid. 547). För beviset att varje översumma är större än varje undersumma sammanslås de motsvarande uppdelningarna av integrationsområdet, och man nöjer sig med att hänvisa till den procedur som använts vid enkelintegraler. Denna fungerar emellertid ej i detta fall. Man måste nämligen observera, att om icke klassen av tillåtna smådelar inskränkes mera än som gjorts genom fordran att de skola ha ytor, så uppstår i allmänhet vid sammanslagning av två uppdelningar smådelar, vilka icke äro sammanhängande utan t. o. m. sönderfalla i oändligt många komponenter. I en sträng teori fordras därför ett ytbegrepp som är giltigt även för sådana punktmängder. Ett sådant ytbegrepp diskuteras icke i boken.

Det hade underlättat läsningen, om genom något typografiskt arrangement tydligt angivits var behandlingen av ett exempel slutar och den löpande texten fortsätter. Det är nu på många ställen besvärligt för läsaren att mellan inslagen av exempel återfinna den röda tråden.

Om man sålunda på vissa punkter kan framställa detaljanmärkningar, så bör det samtidigt påpekas att dessa äro få och att de icke väsentligt kunna rubba det mycket goda intryck som boken ger. Det rikhaltiga innehållet tillgodoser i lika mån teoretiska och praktiska krav (å ena sidan t. ex. irrationaltalsteori, existenssatser för implicita funktioner och differentialekvationer, å den andra t. ex. numeriska metoder för lösning av ekvationer och beräkning av bestämda integraler), och innefattar även moment, som man annars sällan finner i läroböcker i analys av liknande typ (t. ex. huvudaxeltransformationer i n dimensioner). Genom den konkreta och klara framställningen, de många exemplen och figurerna och det rika innehållet måste boken komma att bli av stort värde för de matematikstuderande vid högskolor och universitet. Det faktum

att den i första hand är avsedd för studenterna vid de tekniska högskolorna hindrar inte att den även är användbar vid universiteten såväl vid ett- som vid två-betygsstudier. Den kommer säkert också att finna läsare bland dem som på egen hand vilja inträngа i analysens grunder eller komplettera sina kunskaper på detta område.

Författarna äro att gratulera till det lyckliga resultatet av det omfattande arbete de måste ha nedlagt på att skriva denna lärobok.

En diskussionsklubb i matematik

Av lektor F. Ehrnst, Stockholm

I oktober 1948 kallades matematiklärarna i Stockholm till diskussionsmöte å Lyceum för flickor. Inledare var rektor S. Åstrand, som framlade några synpunkter på matematikundervisningen i 1^5. En livlig diskussion följde, och efter denna serverades te i skolans lunchrum. Liknande möten har sedan anordnats en eller ett par gånger per termin, och det kan därför vara på sin plats att ge en kort redogörelse för hur mötena ordnas och vad som avhandlas.

Efter det att en lärare åtagit sig att bli inledare, kontaktar jag någon lärarinna, som lovar stå för »värdskapet». Kallelse skickas per post till skolorna i Stockholm. Medel till att bestrida kostnaderna för porton och för den materiella välfägnaden insamlas vid tedrickningen. Det brukar röra sig om ett par kronor per person. Det är således ingen förening med fast medlemsavgift, alla äro välkomna till sammanträdena.

Intresset har visat sig vara mycket stort. Det är ett behov hos många att bryta den isolering de flesta av oss lever i, att knyta kontakt med andra, att få tillfälle att ventilera de problem, som möter oss i vårt dagliga arbete. Som antalet närvarande brukar hålla sig mellan 20 och 25, känns det ej så besvärande att yttra sig i diskussionen som inför ett större auditorium. Det är dock ofta, som man först vid tebordet kommer fram med sina synpunkter.

Vi har diskuterat huvudsakligen metodik. Det har rört sig om matematikundervisningen i den 5-åriga och 4-åriga realskolan, i flickskolan och i 3-åriga realgymnasiets begynnelseklass. Som inledare har tjänstgjort rektorerna Åstrand, Wahlström och Kolmo-

din, fröken M. Aurivillius, adjunkterna Wetterwik, Jonsson och Strand samt förf. Som exempel på frågor, som berörts, kan nämnas inlärandet av multiplikation och division i allmänna bråk, införandet av ekvationsläran och den första geometriundervisningen. Adj. Strand gav en del synpunkter i samband med eftergranskning av realexamensskrivningarna.

Under de pedagogdagar som sedan något år anordnas i läroverken hålls möten, där lärarna inom samma ämne eller ämnesgrupp får tillfälle att jämföra sina erfarenheter. Som våra diskussionsmöten ju ha samma syftemål, kan de eventuellt tjäna som förebild på något håll. Förutsättningen för att de skall kunna anordnas är dock att det finns kolleger, som trots en stor arbetsbörda vill medverka. Inledningsanförandet bör ej vara långt. Det räcker med en kvart eller en halv timme. Huvudsaken är att man samlar sig kring ett bestämt ämne, som är aktuellt för de närvarande. Sedan har ju vi lärare som väl är så olika åsikter om pedagogiska ting att synpunkter ej behöver saknas.

Tryckta laborationsredogörelser

Av assistent Bengt Liljeqvist, Stockholm

Det har kommit ut i bokhandeln ett litet häfte »Laborationer» av Almkvist och Knave (rec. i detta nummer av Elementa), som innehåller i stort sett färdigskrivna redogörelser med plats för eleven att fylla i sina egna värden, och med frågor som skall besvaras. En del lärare har tidigare använt stencilerade laborationsredogörelser av i stort sett samma typ. Själv har jag gått igenom realgymnasiets laborationer i fysik med fem olika avdelningar och därvid använt dylika redogörelser, och kanske kan det intressera någon att höra några erfarenheter av saken, nu då metoden kan få ökad spridning.

Många goda sidor har den »tryckta» redogörelsen. Rätt avfattad utgör den en tämligen fullständig instruktion till försöket, och man kan eventuellt anbefalla den till studium före laborationstimmen. Eleverna kan under laborationerna sköta sig själva. Läraren behöver blott dela ut apparaturen och kanske ge ett eller annat råd. Man spar alltså mycken tid vid laborationens början. Under laborationens gång behöver läraren sedan blott ägna sig åt att kontrollera kopplingar o. d. och vara till hands, om någon elev

frågar om något. Man märker tydligt, att eleverna tycker att det är mycket roligare att på detta sätt klara sig själva.

Redogörelsen är även laborationsprotokoll. Alla värden införes på rätt plats och med en text som talar om vad det är för något, och eleven vet vad han skall använda värdet till — något som förut tyvärr inte alltid var fallet, då han fann värdet i egna kladdiga anteckningar, när han en vecka efteråt skulle författa en egenhändig redogörelse över försöket.

Redogörelsen blir klar och redig, så att den kan studeras vid repetitioner, före skrivningar o. d. Och den skall studeras! Laborationerna utgör den stomme, som eleverna måste behärska fullkomligt. Ger man provskrivningstal i nära anslutning till utförda laborationer, har man inga svårigheter att få eleverna att verkligen lära sig laborationerna. Här ger de tryckta redogörelserna även de elever en chans, som varit borta under något försök, eller som inte hunnit fatta alla detaljer under försökets gång.

Rättning av redogörelser utgör en icke oväsentlig del av en fysiklärares arbetsbörda. Användning av tryckta redogörelser nedbringar rättningstiden till kanske fjärdedelen och är nog den enda utvägen för att situationen inte skall bli hopplös, om man — såsom avsett är — ökar antalet laborationer.

Innan jag införde systemet med stencilerade redogörelser, använde jag ett kompendium med detaljerade kommentarer till försöken. Jag hade nämligen tidigare funnit, att eleverna redde sig illa med enbart det, de kunde minnas av försöken. Kompendiet kom emellertid redogörelserna att svälla över alla bräddar — helt säkert till elevernas nytta, men tyvärr så, att rättningsarbetet blev nästan outhärdligt.

Man kan invända mot de tryckta redogörelserna, att man förtar eleven den övning i svensk skrivning, som redogörelseförfattandet utan tvivel utgör. Nå, den övningen är kanske inte så värdefull som man kanske skulle tro, då fysikläraren knappast kan hinna rätta svenskan i alstren. Dessutom torde det alltid bli så, att en del laborationer kommer att redovisas på det gamla sättet, då böcker med tryckta laborationer knappast kan komma att täcka alla de försök, som den enskilde läraren brukar göra.

Det man skrivit om själv, minns man bättre, heter det också. Ja, det är nog sant, men räknar man då med den tid allt skrivandet tar? Jag är övertygad om att de tryckta redogörelserna på kortare tid ger samma utbyte som egenhändigt författade, om man, som ovan nämnts, tvingar eleven att studera dem och om eleven själv får besvara de tryckta frågorna i redogörelsen.

Meddelande från Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

Årsmötet den 7—8 januari 1952

Föreningen höll sitt ordinarie årsmöte den 7—8 januari i Stockholm. Första dagens förhandlingar ägde rum på Tekniska läroverket, där årsmötet öppnades kl. 9 av ordföranden, lektor Ernst Knave. I sitt hälsningsanförande riktade sig lektor Knave även till föreningens nordiska gäster, rektor Sollesnes från Norge, lektor Stara från Finland och lektor Bundgaard från Danmark. Efter justering av protokollen från års- och vårmötena 1951 upplästes styrelseberättelsen, som godkändes. Adjunkt E. Strand föredrog revisionsberättelsen, och mötet beviljade den avgående styrelsen och skattmästaren ansvarsfrihet för förvaltningen under år 1951. Till föreningens ordförande under år 1952 omvaldes lektor Knave. Mötet beslöt därefter att styrelsen utom ordföranden skulle bestå av 22 personer. Avsägelser förelåg från rektor Mikaelsson och byrådirektör Comét. I deras ställe invaldes i styrelsen lektor Birger Grundström, Djursholm, och adjunkt Bernhard Hagner, Östersund. Efter lektor Kiessling, som avlidit, valdes lektor Arne Broman, Göteborg. Övriga avgående styrelsemedlemmar omvaldes. Till revisorer valdes adjunkt Einar Strand och adjunkt Bertil Broström, den senare efter adjunkt Jonsson, som avsagt sig. Till revisorssuppleanter omvaldes rektor Ernst Herlin och nyvaldes lektor K.-G. Danver. Av revisionsberättelsen framgick att föreningens ekonomiska ställning är dålig, och årsmötet beslöt på förslag av styrelsen att höja årsavgiften från 4 till 8 kronor.

Sedan sekreteraren lämnat några meddelanden framförde de nordiska gästerna hälsningar från de förbund de representerar i resp. länder.

Som första punkt på programmet stod en demonstration av ny optisk fysikmateriel. Ingenjör Stig Lindholm demonstrerade med känd skicklighet och elegans en sats, som var avsedd för realskolans kurs i optik men som även borde kunna komma till användning vid undervisningen å gymnasiet. Satsen tillverkas av Norstedt & Söner, och dess pris torde bli ca 250 kronor.

I samband härmed visades en serie bilder från ett par av lektor Kjelleräs sammanställda filmband, däribland ett innehållande 3^5:s geometrikurs. Lektor Kjelleräs meddelade att han för Norstedts

utarbetat ett antal filmband innehållande tillämpliga delar av hela matematikkursen. Filmbanden är huvudsakligen avsedda att användas vid repetitioner. Till banden har utförliga texthäften utarbetats.

Efter gemensam lunch å Tekniska läroverkets lunchrum samlades deltagarna åter kl. 13.15, då lektor Bundgaard, utom programmet, fick tillfälle att redogöra för tanken på en skandinavisk tidskrift för elementär och orienterande matematik. Redan under år 1951 hade man träffat överenskommelse att utge en skandinavisk tidskrift för vetenskaplig matematik, vilken skulle ersätta den i Danmark utkommande tidskriften för matematik, serie B. Man hade nu i Danmark och Norge diskuterat möjligheten av att även utge en skandinavisk tidskrift för elementär matematik, motsvarande den danska tidskriften för matematik, serie A. Dessa planer hade diskuterats vid ett möte med några intresserade matematiker lördagen den 5 januari på Skolöverstyrelsen i Stockholm, där lektor Bundgaard närmare hade redogjort för hur man såg på saken i Danmark och Norge. Från svensk sida hade betänkligheter uttalats med tanke på Elementa. Vid sammanträdet den 5 januari hade emellertid byrådirektör Comét som representant för Elementa förklarat, att utgivandet av en skandinavisk tidskrift för elementär matematik sannolikt icke skulle medföra olägenheter för Elementa. Vid en kort diskussion påföljande dag visade man ett positivt intresse för den påtänkta tidskriften, och styrelsen fick i uppdrag att följa frågans vidare utveckling och vidtaga de åtgärder som ansågs behövliga och önskvärda.

Ordet överlämnades sedan åt rektor Sollesnes, som talade om »Samfunnsregning — erfaringer i Norge». Rektor Sollesnes redogjorde även för hur de skriftliga proven i samhällsräkning var avfattade och delade ut prov på examensuppgifter, såväl för realskolan som gymnasiet.[1]

Efter föredraget följde en mycket livlig diskussion, och rektor Sollesnes fick svara på en rad frågor. Bland annat ville man veta hur bedömningen av proven utfördes. Rektor Sollesnes framhöll att eleverna i de norska skolorna är mycket belåtna med »samfunnsregningen» och att resultaten bedöms mycket milt. En väsentlig sida av denna form av tillämpad matematik är att inte bara det rent matematiska innehållet i problemen diskuteras utan även problemen själva. Samhällsräkningen ställer därför stora krav på lärarna och kräver att de behärskar de problem i samhällslivet

[1] En kort redogörelse för samhällsräkningen i Norge lämnar lärov.-adjunkt Anders Larson i Elementas dec. h. 1951 och anmäler samtidigt en serie norska läroböcker i ämnet ifråga.

som i de givna uppgifterna är föremål för behandling. Det uttalades därför under diskussionen önskemålet att det med tanke på eventuellt införande av samhällsräkning i svenska skolor borde finnas sådana ämneskombinationer för lärartjänster som t. ex. samhällslära-matematik och geografi-matematik. Av diskussionen framgick att försök påbörjats med att inarbeta mera praktisk räkning i L I^4:s kurs. Flera talare sympatiserade med tanken på en starkare orientering åt samhällsproblem i matematikundervisningen och att en så betonad matematikkurs kunde vara lämplig för t. ex. den föreslagna allmänna linjen av gymnasiet. — I fråga om realskolans avslutningsklass har det ju föreslagits att matematikundervisningen skulle differentieras på en geometrisk och en aritmetisk kurs. Undervisningsrådet Lundblad sympatiserade med en sådan anordning men framhöll att en differentiering av matematikundervisningen för närvarande knappast kunde genomföras på grund av bristen på matematiklärare. Ett positivt resultat av diskussionen var ett uppslag av rektor Kolmodin, att samhällsräkningen skulle få prövas vid försök i vissa realskolor.

På kvällen demonstrerades matematikmaskinen på gamla Tekniska högskolan av civilingenjör Gösta Neovius. Visningen upprepades tisdag kväll på grund av det stora antalet deltagare.[1]

Tisdagens program var förlagt till Tekniska museet. Dr Karl Hecht löste på ett utomordentligt sätt den svåra uppgiften att på 45 minuter redogöra för principen för det s. k. fältelektronmikroskopet och praktiskt demonstrera detta. Det är knappast någon överdrift om man säger att demonstrationen blev en upplevelse för de närvarande. Skolan har i dr Hecht gått miste om en pedagog av stora mått, ty han klargjorde på ett glänsande sätt de teoretiska problemen. Och så kom det stora ögonblicket då åhörarna för första gången med egna ögon kunde iaktta bilder av enstaka bariumatomer. På elektronmikroskopets lysskärm framträdde plötsligt lysande punkter, som orsakades av bariumatomerna, och man kunde även se atomernas egenrörelse. — En uppsats om elektronmikroskopet kommer senare att inflyta i Elementa.

Efter dr Hechts med ihållande applåder mottagna föredrag följde ett kemiskt betonat föredrag av dr Iwan Bolin om »Ytspänning-tvättmedel-flotation». Mötesdeltagarna kunde åter konstatera dennes stora förmåga att på ett medryckande och intresseväckande sätt redogöra för de problem som han diskuterar. Dr Bolin kom bl. a. in på frågan om sambandet mellan konstitution och löslighet, ett samband som spelar en mycket stor roll i prak-

[1] Om matematikmaskiner se detta häfte s. 53 och Elementas särtryck nr 11. (Red.)

tiken. Sålunda är t. ex. de goda egenskaperna hos isolationsmedlet polyeten beroende på dess obenägenhet att taga åt sig vatten. Tvättmedlens verkan beror på den däri ingående alkylradikalens längd (antalet kolatomer i kolkedjan). Nackdelarna med vanlig tvål som tvättmedel är dels tvålens alkaliska egenskaper, dels att tvålen bildar fällningar med kalcium- och magnesiumjoner i vattnet (hårt vatten). I båda dessa avseenden är de numera allmänt förekommande fettalkoholsulfaten överlägsna. Efter föredraget visades en film, »Våtare än vatten», som bör vara en utmärkt skolfilm (Kulturfilm, Vasagatan 9, Stockholm).

Efter den gemensamma lunchen på Källhagens restaurang, visade lektor Gustaver några försök med olika tvättmedel; försöken finns beskrivna i Elementas septemberhäfte 1951.

Mötet avslutades med en synnerligen intressant förevisning och rundvandring i Tekniska museet med dess intendent, Torsten Althin, som ciceron, varvid hans kända förmåga att berätta trevligt och underhållande kom till sin fulla rätt. Sin pedagogiska talang fick han tillfälle att visa, bl. a. genom att på 20 minuter klargöra oscillografens princip. Före rundvandringen visade intendent Althin och civilingenjör Torsten Wilner en serie vackra experiment, som de sammanfört under rubriken »Något för alla». Dessa försök, som är avsedda för det ungdomliga klientel som av brinnande håg till naturvetenskapliga experiment besöker Tekniska museet, slog inte mindre livligt an på deras till mogen ålder hunna lärare. Bland försöken märktes dels ett skenbart perpetuum mobile, dels några mycket vackra och instruktiva försök med skuggbilder. Ing. Wilner beskriver försöken i detta häfte, sid. 27.

Sedan ordföranden därefter tackat alla deltagare för visat intresse vid årsmötet, förklarade han detta avslutat.

Styrelseberättelsen för 1951 har i oavkortat skick tillställts föreningens medlemmar. Elementas utrymme tillåter endast ett omnämnande av några av dess huvudpunkter.

1. Styrelsen har under år 1951 bestått av 22 personer utom ordföranden. Följande 5 har tillhört arbetsutskottet: lektor Ernst Knave, ordförande, rektor Erik Martens, vice ordförande, lektor Bror Gustaver, sekreterare och skattmästare, adjunkt Göran Beskow och rektor Martin Kolmodin.

Medlemsantalet i föreningen var den 30 nov. 1951 630.

2. Angående föreningens årsmöte i jan. 1951 hänvisas till Elementa 34 (1951): 1 och ang. vårmötet i maj och fortbildningskursen i kemi vid Statens institut för folkhälsan till Elementa 34 (1951): 3.

3. Till Skolöverstyrelsen (S. Ö.) har avlåtits en skrivelse om kurs-

och timplanerna i fysik och kemi å gymnasiet, där väsentligen de vid årsmötet 1951 framkomna synpunkterna refereras.

4. Efter anmodan av S. Ö. att yttra sig om behovet av fortbildningskurser i matematik, fysik och kemi har styrelsen avlåtit en skrivelse, i vilken betonas den stora betydelsen av dylika kurser och lämnas vissa förslag.

I samband härmed kan nämnas, att hos S. Ö. begärts ett anslag å 6500 kr. för anordnandet av en fortbildningskurs sommaren 1952 vid Statens Provningsanstalt. Kursen är avsedd för 18 lärare i fysik och kemi.

5. Vid vårsammanträdet diskuterades de skriftliga proven i matematik i realexamen och gavs i uppdrag åt styrelsen att vidtaga behövliga åtgärder. Det resulterade i en skrivelse till S. Ö., som utmynnar i yrkandet att svårighetsgraden i provet sänkes så att: 1) underbetygsprocenten normalt blir lägre än 10 % 2) betygsspridningen blir jämnare.

6. Den fråga som framför allt föranledde sammankallandet av vårmötet var fördelningen av lärostoffet inom gränsområdena för fysik—kemi och kemi—biologi. Med ledning av den vid mötet förda diskussionen avlät styrelsen en skrivelse till S. Ö. med förslag i frågan. Elementas red. hoppas kunna publicera denna skrivelse i junihäftet. *Bror Gustaver*

Bokanmälningar

J. C. Burkill, *The Lebesgue Integral.* Cambridge Univ. Press, 1951, Pp. 87, 12s. 6d. net.

Denna lärobok är i huvudsak uppbyggd enligt samma schema som den välkända framställningen av de la Vallée Poussin. Inledningsvis behandlas mängdlärans grunder, särskilt begrepp och övertäckningssatser rörande punktmängder. Därefter definieras begreppet *mått*, först för en öppen punktmängd, sedan genom komplementbildning för en sluten mängd, yttre och inre mått, mätbarhet etc. Förf. inskränker sig i den detaljerade framställningen till lineära punktmängder och visar sedan kort, hur begreppen kunna överföras till högre dimensioner. Speciellt betraktas (plana) ordinatmängder. En sådan mängd bildas av de punkter (x, y) i planet, för vilka x tillhör en lineär mängd E och $0 \leqq y \leqq f(x)$, där $f(x)$ är en given funktion.

En positiv, begränsad funktions L-integral över en mängd E definieras som (det plana) måttet för ordinatmängden över E, och

förf. visar, att detta mått kan approximeras uppifrån och nedifrån genom ändliga summor. Utvidgningen till funktioner av godtyckligt tecken, icke begränsade funktioner och integration över oändliga intervall sker på sedvanligt sätt. De för L-integralen karakteristiska satserna om gränsövergång innanför integraltecknet erhållas som enkla konsekvenser av motsvarande satser för mått. Av teorien för monotona funktioner finnes medtaget så mycket, som behövs för differentiation av den obestämda integralen. Vitalis övertäckningssats kommer därvid till användning.

Multipla integraler definieras på motsvarande sätt som enkla såsom mått för ordinatmängder av högre dimension. Förf. visar, att de kunna evalueras genom successiva integrationer, och bevisar Fubinis teorem. Klasserna L^p omnämnas, och Hölders och Minkowskis olikheter bevisas, likaså satsen om L^p-rymdens fullständighet. Bokens sista kapitel är ägnat åt Lebesgue-Stieltjesintegraler. Som tillämpning erhålles andra medelvärdessatsen.

Förf. har lyckats att på ett jämförelsevis mycket kort utrymme ge en klar och lättläst framställning av ett av de viktigaste avsnitten i matematisk analys. Detta tillika med de talrika (med lösningar försedda) övningsuppgifterna gör, att boken varmt kan rekommenderas. *Otto Frostman*

Stig Ekelöf, *Les machines mathématiques en Suède.* Chalmers Tekniska Högskolas Handlingar nr 116. Gumperts förlag, Göteborg 1951, 26 s., kr. 5:—.

»Les machines à calculer et la pensée humaine» var mottot för en internationell sammankomst i Paris den 8—13 jan. 1951, anordnad av Centre National de la Recherche Scientifique. I denna deltogo representanter för dem som konstruera matematikmaskiner, för dem som studera automatik ur principiella synpunkter, och för dem som ha intresse för den praktiska användningen av hithörande maskiner. Professor Ekelöf, som ju är knuten till den svenska Matematikmaskinnämnden, höll inför denna kongress ett orienterande föredrag över de svenska insatserna på området, och det är detta föredrag som nu föreligger i tryck.

Inledningsvis omnämner förf. äldre, svenska räkneautomater och illustrerar bl. a. med en intressant bild av en sida ur de logaritmiska tabeller, som uträknades och trycktes med Martin Wibergs maskin och utgåvos år 1875. Vidare framhållas de åtgärder som efter 1945 vidtagits av Ingeniörsvetenskapsakademien samt av statliga och enskilda institutioner.

Föredraget omfattar en inventering av de matematikmaskiner i modern mening, som i januari 1951 voro färdiga eller under

byggnad i Sverige, såväl siffermaskiner[1] som analogimaskiner.[2] Kortfattat men likväl belysande beskriver förf. det väsentliga i konstruktionen och verkningssättet av varje maskin eller maskintyp och anger också vilka problem den kan lösa. Framställningen är rikt illustrerad dels med fotografier, dels med schematiska teckningar. En uppräkning av de behandlade maskinerna kan vara lämplig:

1. Matematikmaskinnämndens båda *siffermaskiner*, nämligen den färdiga relämaskinen BARK och den under byggnad varande, elektroniska maskinen.

2. *Differentialanalysatorer*, nämligen den mekaniska vid Chalmers Tekniska Högskola (=CTH), de elektroniska vid Kungl. Tekniska Högskolan, CTH (med kopia i Lund) och Försvarets Forskningsanstalt (=FOA), samt *integralekvations-analysatorn* vid CTH.

3. Apparat för beräkning av *fourierintegraler* vid ASEA, och Hägg-Laurents apparat för fouriersyntes (-analys).

4. Apparat för lösning av *högregradsekvationer* vid FOA.

5. *Elektrolytisk tank* för aerodynamiska problem vid Svenska Aeroplan AB., resp. för beräkning av elektronbanor vid L. M. Ericssons dotterbolag SER.

En litteraturförteckning möjliggör för den intresserade att inhämta närmare detaljer om de presenterade maskinerna, men redan av den föreliggande skriften får man i koncentrerad form en god uppfattning om vad som i vårt land uträttats på matematikmaskinområdet. *Stig Comét*

A. Maroger, *Les trois étapes du problème Pythagore — Fermat. La Récurrence. L'art des Réciproques.* — Librairie Vuibert, Paris 1951, 98 p., 400 fr.

Denna spirituella lilla bok är i första hand tillägnad minnet av Auguste Comte, positivismens filosof, som uppställde »lagen om de tre tillstånden»: varje fråga, som är värd människoandens uppmärksamhet, genomlöper med tiden tre distinkta utvecklingsstadier, det mytologiska, det metafysiska och det positivistiska. Siffrornas tre stadier äro enligt förf.: de naturliga hela talen, de rationella talen (och nollan), samt det linjära, reella kontinuet.

I bokens första hälft skärskådas den famösa ekvationen $x^n+y^n=z^n$ ur denna historiska synvinkel. Fortsättningen ägnas åt den induktiva metoden och »l'art des réciproques», som kanske kan översättas med »konsten att omvända» (en sats). Elementära resultat inom talteorien och geometrien, t. ex. Wilsons teorem och

[1] Se Elementa *32* (juni, sept. 1949), s. 81—104 och 181—200.
[2] Se Elementa *34* (juni 1951), s. 112—114.

Ptolemeiska satsen, behandlas här ingående med hänsyn till deras nödvändiga och tillräckliga förutsättningar.

Inte bara matematiker och logistiker, utan även problemälskare av alla slag kan få stort nöje av denna bok, ty den bygger inte på några nämnvärda matematiska förkunskaper, och framställningen präglas av det formella mästerskap, som inom matematiken hitintills det franska språket ensamt har uppnått. *Tord Hall*

Eric T. Bell, *Mathematics, Queen and Servant of Science.* McGraw-Hill, New York 1951. XX+437 sid., $ 5.00.

Edna E. Kramer, *The Main Stream of Mathematics.* Oxford University Press, New York 1951. XII+321 sid., $ 5.00.

Får man döma av den för varje år växande samlingen populärvetenskapliga böcker i matematik, skulle intresset för dylik litteratur befinna sig i stadigt stigande. De senaste tillskotten i samlingen, utgivna på två konkurrerande New York-förlag, uppvisa sinsemellan stora likheter i uppläggning och omfattning, varför ett gemensamt omnämnande torde vara motiverat.

Bägge böckerna ge en levande bild av vilket stort och mångsidigt område matematiken spänner över. Författarna lyckas också var och en på sitt håll på ett utomordentligt sätt illustrera, hur dagens vetenskap har många av sina rötter långt tillbaka i historien. Detta perspektiv har sitt givna värde, inte minst ur kulturhistorisk synpunkt, och bidrar till att göra framställningen angenäm även för den som kanske till sin läggning är mera måttligt intresserad av matematik. Å andra sidan ge de täta historiska anvisningarna en icke initierad läsare i viss mån intrycket av att matematiken skulle vara en »färdig» vetenskap utan större problem kvar, medan sakförhållandet väl närmast torde vara det motsatta, att just de senaste femtio årens utveckling för matematikens del inneburit en hittills icke skådad snabb expansion, både i fråga om problemställningar och lösningsmetoder. En populär framställning av denna erbjuder dock som bekant verkligt stora svårigheter.

Av de här omnämnda arbetena är det av Bell — i Sverige väl mest känd genom sin *»Matematikens män»* — det mest ambitiöst upplagda. Varje kapitel är fyllt av hänvisningar till andra kapitel, där samma fråga förekommit i annat sammanhang (s. k. *cross reference,* bekvämt åstadkommen tack vare den genomgående decimalnumreringen av kapitlen enligt Peanos metod), och förf. väjer inte för vare sig logikkalkyl, abstrakt algebra eller partiella differentialekvationer. Även om det ligger i sakens natur, att den kunskap som kan meddelas i en bok av detta slag måste vara

mycket ytlig, får man likväl en förbluffande god orientering inom de flesta av matematikens klassiska huvudområden. Såvitt jag kunnat finna, är framställningen sakligt korrekt. Boken innehåller dessutom ett omfattande register över nu levande och gångna tiders matematiker samt ett synnerligen fylligt sakregister med över 1600 ord och namn.

KRAMERS bok är på sätt och vis en mera underhållande lektyr; man får ett intryck av att hennes avsikt lika mycket är att roa som att lära ut kunskap. Tyngdpunkten ligger också mera på tillämpningsområdena, hon kommer in på både relativitetsteori (där framställningen enligt min mening är mycket förtjänstfull), estetik, astronomi, atomteori och industristatistik. Bokens värde förhöjs av många bra diagram och flera originella illustrationer — sålunda återges i samband med omnämnandet av spiraler bilder av en spiralnebulosa, av en pärlbåtssnäcka och av en antilop med skruvformade horn. Men naturligtvis innehåller KRAMERS bok även mycket av rent matematiskt intresse.

Med en något tillspetsad formulering skulle man kunna påstå, att BELL visar vad matematiken är, medan KRAMER visar vad den kan användas till. *Sven Hilding*

J. B. SCARBOROUGH, *Numerical Mathematical Analysis.* Sec. ed., The Johns Hopkins Press, Baltimore 1950, Pp. 511, $ 6.00.

Numerisk räkning hör inte till matematikens populäraste gebit. Det är synd, ty det är en ädel konst. Vare sig vi har Hedström-Rendahls tabell, en elektrisk bordsmaskin eller en matematikmaskin att leka med, är det viktigt att vi lär oss leka med förstånd. Frågor rörande snabbaste beräkningsvägar, avrundningsfel och interpolation dyker upp även i elementära sammanhang för att inte tala om de trassliga problem som uppstår, om vårt praktiska problem gett oss en differentialekvation av »ohyfsad» typ.

Numerisk analys behandlas i ett förvånande litet antal böcker, och ingen av dem är helt tillfredsställande i dagens situation. Scarborough's bok, som första gången utkom 1930, är icke att förakta som första bok. Den är lättläst och behandlar avrundningsfel och de vanligaste interpolationsformlerna med den äran. Kapitlen om numerisk lösning av differential- och integralekvationer är delvis nyskrivna i andra upplagan och torde ge en bättre insikt på området än någon annan elementär lärobok.

Boken kan dock icke odelat rekommenderas. Man saknar sålunda en ordentlig framställning av lineära ekvationssystem, och i kapitlen om felteori råder — liksom i flertalet böcker och kompendier i detta ämne — en fridfull 1800-talsstämning. Den som läst

boken anar inte, att något gjorts på statistikens område sedan Gauss' tid. Det är hög tid att fysikernas och ingenjörernas utbildning här tar ett diskontinuerligt språng framåt. Här behövs initiativ! *Gunnar Blom*

T. G. Cowling, *Molecules in Motion.* Hutchinson's University Library, London 1950, Pp. 183, 7 s. 6 d. net.

Ändamålet med boken är att ge en framställning av de egenskaper hos gaser, som kunna förklaras genom antagandet att de består av molekyler i rörelse, och den är i första hand avsedd som lärobok i gaskinetik. De första kapitlen är delvis av historisk karaktär, och här behandlas grundläggande fakta av huvudsakligen empirisk art, t. ex. Boyles, Daltons och Avogadros lagar samt ideala gasers spec. värme, vilka tillsammans har givit upphov till det kinetiska betraktelsesättet. Framställningen går därpå följdriktigt över på de övriga gasegenskaper, som man med gott resultat har kunnat behandla med kinetiska metoder, såsom fri medelväglängd, inre friktion, värmeledning, diffusion, van der Waals lag osv. De stora talens lagar och en teori för fördelningsfunktioner utgör inledningen till en därpå följande behandling av den Maxwellska hastighetsfördelningen. Boken avslutas med några tillämpningar på det atmosfäriska tillståndet samt elektrisk ledning genom gaser.

Förf. är professor i tillämpad matematik vid Leeds universitet, vilket givetvis har satt sin prägel på boken. Men förf. är inte ensidig, utan han har genomgående sökt visa, hur teoretiker och experimentatorer har samarbetat för att nå fram till de fruktbärande idéerna. Boken är till stor nytta för dem, som önska en fylligare framställning av gaskinetikens grunder än den som ges i de vanliga fysikläroböckerna. *B. Grundström*

Per Collinder, *Världar i rymden,* P. A. Norstedt & Söners förlag, Stockholm 1951, 314 s., kr. 17:50.

Man märker snart att det är en rutinerad popularisator och föredragshållare som i denna bok låter läsaren stifta bekantskap med en del av astronomiens senare rön, tecknade mot en bakgrund av äldre vetande och föreställningssätt. Ibland låter kanske författaren retoriken flöda en aning för ymnigt, men man skulle dock i allmänhet ha funnit sig väl till rätta med hans sätt att åskådliggöra och på ett bildrikt sätt förklara de ofta invecklade förlopp, som spåras i de astronomiska och speciellt de astrofysiska fenomenen,

om det inte hade varit så att man litet varstans måste se upp med felaktigheter, särskilt beträffande sifferuppgifter.

Trots bokens intresseväckande utformning måste man sålunda ställa sig tveksam till dess användbarhet som exempelvis bredvidläsningsbok i skolorna. Att framställningen emellanåt blir inexakt är väl nödvändigt i populärvetenskapliga sammanhang; det finns ju så många fenomen som icke gärna låta sig utredas utan formelmässig framställning. Beträffande terminologin finns här och var anmärkningar att göra. Ur skolans synpunkt olämpligt är att Collinder tycks genomgående med *vikt* mena *tyngd* och ej *massa*. Att kalla nymåne för nedan är en annan felaktighet, för att nu ta ännu ett exempel.

Boken har en litteraturlista för den intresserade. Däri skulle recensenten gärna ha sett Norton's utmärkta Star Atlas upptagen i stället för ett par andra utländska stjärnkartor.

Förlaget har kostat på boken ett antal vanligen goda, intresseväckande och ofta slående illustrationer. Det är skada att inte litet mer arbete också nedlagts på sakkontroll. Man hade gärna velat rekommendera boken, särskilt på grund av dess för icke-naturvetaren lockande framställningssätt, nu måste man anmäla den med viss reservation. *Tord Elvius*

O. Lindstad og B. O. Lindstad, *Radiomottageren — det teoretiske grunnlaget*. Aschehoug, Oslo 1951, 118 sid., n. kr. 7: 50.

Bokens första sidor ägnas några satser ur växelströmsläran, som är nödvändiga för att man skall förstå de följande kapitlen, som handlar om modulerad högfrekvens, radiorörets egenskaper, statiskt och under svängning: röret som förstärkare av lågfrekvens och högfrekvens, effektförstärkning, röret som likriktare, oscillator m. m. På så sätt genomgås en modern radiomottagare, detalj för detalj. Även sådant som automatisk volymkontroll och »magiska ögat» förklaras. Slutligen finnes ett kopplingsschema för en hel mottagare med sifferexempel på hur man beräknar katodmotstånd m. m.

Boken är mycket trevligt skriven. De fysikaliska sammanhangen behandlas i allmänhet både matematiskt och »förståndsmässigt» på ett förträffligt sätt. Författarna ha lyckats ta med lagom mycket och ha därigenom åstadkommit en bok, som inte är tjockare än att man lätt kommer igenom den, men ändå så fyllig, att man inte behöver reta sig på ideliga luckor i framställningen.

För en fysiklärare, som vill uppfriska sina kunskaper om radio och som vill lära sig hur en modern mottagare fungerar, synes mig boken idealisk. *Bengt Liljeqvist*

Hj. Nilsson och Frits Wigforss, *Aritmetik.* H. Gebers förlag, Stockholm 1951, 112 s., kr. 9:50.

Boken är närmast avsedd som lärobok i folk- och småskoleseminarierna. Men den är av intresse även för realskolornas lärare i matematik. Den ger i första hand en grundlig och logisk framställning av räkningen med hela tal och bråk. Men den syftar längre. Den vill även ge en historisk syn på aritmetikens utveckling och fördjupade kunskaper om talteoretiska problem.

Första kapitlet inledes med en historisk översikt över talsystemets uppkomst och talbeteckningarna hos olika folk. Sedan behandlas räknesätten för hela tal, varvid särskilt parentesräkningen ges gott utrymme. Andra kapitlet ägnas åt primtalen och tals uppdelning i faktorer. Här visas bl. a., att det finnes primtal, hur högt man än går upp i talsystemet, men att man å andra sidan kan finna hur långa serier som helst av konsekutiva udda tal, som ej innehålla något primtal. Genom val av intresseväckande exempel ha författarna fått med en hel del annat talteoretiskt stoff. Även Fermats tal $2^{2^n}+1$ och Fermats sats om ekvationen $x^n+y^n=z^n$ omnämnas. Man kan möjligen sätta i fråga, om icke denna ekvation och vissa andra detaljer falla utanför bokens ram.

För de vanliga reglerna om tals delbarhet ges klargörande bevis. För kontrolleringen av en uträkning anges ej blott prövningen med talens rester vid division med 9 utan även 11-provet och 99-provet. Tredje kapitlet handlar om bråken. Av särskilt intresse från logisk synpunkt är betonandet av att multiplikation med ett bråk som multiplikator ej är något, som kan bevisas, utan innebär en definition. Fjärde kapitlet innehåller läran om förhållanden och analogier, som belysas med en mängd praktiska exempel från skilda områden.

Boken är väl ägnad att ge den blivande läraren en fördjupad syn på den elementära aritmetiken och många goda uppslag till att uppfriska sin undervisning med roande exempel. Av vad som anförts framgår, att boken även har mycket att ge åt den, som sysslar med matematik enbart som hobby. *Agne Wahlgren*

Gunnar Almkvist och Ernst Knave, *Laborationer del I,* Svenska bokförlaget — Bonniers, Stockholm 1952, 19 s., kr. 1:80.

För första gången har vi på svenska fått tryckta laborationsanvisningar och redogörelser. Det föreliggande häftet omfattar de »matematiska laborationerna» som utföres i klass 2^5 (motsv.) och kommer att följas av fysiklaborationerna i 3^5 (del II), 4^5 (del III) och 5^5 och L II (del IV). Häftet är tryckt i A 4-format och hål-

slaget, så att det kan insättas i en pärm tillsammans med de laborationsredogörelser, som eleverna eventuellt själva får författa. Beträffande erfarenheter av tryckta redogörelser får jag hänvisa till en artikel i detta nummer av Elementa.

I innehållsförteckningen läser man: Längdmätning med graderad linjal, Skjutmåttet, Cirkelns omkrets, Mätning med skjutmåttet, Mikrometern, Mätning av ytor, Mantelytan av rak cirkulär cylinder, Mätning av volymer, Mätning av vinklar, dvs. man återfinner här de i de flesta skolor brukliga försöken.

Anvisningarna är mycket fullständiga, så att eleverna skall kunna arbeta i stort sett på egen hand. Utmärkta figurer förtydligar framställningen. Mätresultaten får eleverna införa i tabeller, och i texten inskjutna frågor (med plats för svar) leder eleven till slutresultaten och kontrollerar att han förstått laborationen. Författarna har lagt ner mycken möda på att få eleven att behandla siffermaterialet rätt, så att inte ett stort antal meningslösa decimaler kommer att släpa med i resultatet.

Några tryckfel har tyvärr insmugit sig. På sid. 7 bör i tabellen kolumnerna för omkrets och diameter utgå, då medelvärden på dessa icke uträknats av den enskilda gruppen. I nedre tabellen på sid. 10 skall nedersta rutan i mellersta kolumnen bort. På sid. 11 en lapsus: »Man får ytan av en rektangel, om man multiplicerar de tal som erhålles, då man mäter rektangelns längd och bredd.» Däremot noterar man med tillfredsställelse, att förf. på sid. 18 särskilt påpekar, att nollan, som betecknar grader, skall placeras efter sista decimalen.

Boken hälsas välkommen. Den kommer säkert att bli till glädje för såväl elever som lärare. *Bengt Liljeqvist*

Fernand Gallais, *Chimie minérale théorique et expérimentale.* Masson & Cie, Paris 1950, 809 p., 2800 fr.

Med tanke på de franska studenternas i allmänhet mycket begränsade språkkunskaper är bristen på franska läroböcker i kemi förvånande. På grund av denna brist kunna studenterna vid många franska läroanstalter inhämta vederbörliga kemikunskaper endast genom föreläsningar, varvid dock professorerna enligt uppgift sällan hinna med kurserna i hela deras omfattning på den till förfogande stående tiden. Detta har till följd att stora luckor uppstå i utbildningen. Sannolikt för att avhjälpa dessa förhållanden inom den oorganisk-fysikaliska delen av ämnet kemi har Fernand Gallais, professor vid universitetet i Toulouse, utgivit en ganska omfångsrik lärobok »Chimie minérale théorique et expérimentale». Denna titel

låter en förmoda att det huvudsakligen rör sig om oorganisk kemi med inströdda fysikaliska kapitel enligt känt mönster. Detta är emellertid endast delvis sant. Således inledes verket med en framställning av den fysikaliska kemien, vilket avsnitt omfattar 235 sidor av verkets ca 800 och av författaren indelas i två huvudkapitel: 1) »Atomer och molekyler» samt 2) »Kemiska reaktioner». Som viktigaste moment i det förstnämnda kapitlet behandlas periodiska systemet med hänsyn till grundämnenas elektronstruktur samt den kemiska bindningens natur. Det är tydligt att författaren studerat L. Paulings läroböcker och härvid fått värdefulla impulser. Dessa avsnitt kunna också läsas med viss behållning. Förvånande är dock författarens uppfattning om actinidernas placering i periodiska systemet.

De båda nyss nämnda avsnitten föregås av en allmän fysikaliskkemisk orientering, som emellertid enligt anmälarens uppfattning huvudsakligast torde ha intresse som historik. Detsamma gäller även framställningen av de »kemiska reaktionerna». Detta senare kapitel inledes av ett avsnitt om klassisk termodynamik, som omedelbart följes av ett om reaktionskinetik. Härefter behandlas jämviktslära utan att jämviktsbegreppet på något sätt underkastas termodynamiska betraktelsesätt. Vidare är aktivitet något som författaren antingen inte har reda på eller anser onödigt att informera sin läsekrets om. Kapitlet ifråga avslutas med en ytterst ytlig framställning av fasregeln och fasdiagram.

Verkets andra huvuddel är benämnd »Étude des Éléments» och utgör ingalunda enbart en framställning av den oorganiska kemien. Fysikaliska avsnitt, som inte kommit med i första delen, såsom redoxförlopp, elektrolys m. m. finnas inströdda i beskrivningen av div. föreningar. Det bör dock framhållas, att framställningen här är ganska redig och inte saknar även vissa andra förtjänster, t. ex. ifråga om beskrivningen av grundämnenas elektronstruktur. Dispositionen baserar sig på det periodiska systemet och är nästan väl konsekvent genomförd. Detta torde ur pedagogisk synpunkt ha vissa vådor. Sålunda behandlas vatten såsom varande en hydrid av syre bland föreningarna av sjätte kolumnens grundämnen, dvs. nästan i slutet på boken.

Sammanfattningsvis skall framhållas, att författaren tydligen huvudsakligast har följt med framstegen på några områden av för honom speciellt intresse. På andra mycket viktiga områden tycks däremot kemiens utveckling gått honom förbi. Detta förhållande speglas på så sätt i hans här granskade verk, att man däri finner mycket moderna synpunkter hopblandade med hopplöst föråldrade.

Cyrill Brosset

BERTIL ENGLUND, *Kemi för gymnasiet.* Natur och Kultur, Stockholm 1951, 291 s., kr. 9:50.

Här framlägges ett nytt och originellt bidrag till vår kemiska läroboklitteratur, som tränger den rena kemiens principer inpå livet i mer utpräglad grad än hittills varit vanligt och som synes kunna lägga en gedigen grund även för högre studier i ämnet.

Kursen innehåller avdelningarna allmän kemi, metallernas kemi, organisk kemi, fysikalisk kemi, kärnkemi jämte ett femtiotal förslag till elevlaborationer och 90 räkneproblem. Uppställningen är således den inom läroböcker vanliga, men ordningen bland metallerna har delvis omlagts, medförande pedagogiska fördelar bl. a. med avseende på linjedifferentieringen. Jonläran och den fysikaliska kemien äro starkt betonade, det principiella framhålles ständigt, elektronbegreppet användes genomgående, molekylstruktur och komplexa joner studeras ingående, massverkans lag, färgindikatorer och löslighetsprodukt införas tidigt. Rakt på den rena kemiens centrala områden och de grundläggande kemiska fenomenen sätter författaren in sin framställning och påvisar deras inbördes sammanhang, stödd på ett stort antal enkla och tydliga experiment, tabeller, grafiska förtydliganden och illustrationer, därav ett tjugutal fotografier.

I betydligt mindre utsträckning än vanligt behandlas däremot tekniska detaljer och praktiska tillämpningar samt beskrivning av kemikalier, deras framställning, egenskaper och användningar, varjämte kemiens historiska utveckling förbigås. Experimenten beskrivas kortfattat eller genom hänvisning till Smiths lärobok i undervisningsexperiment, till Elementa och till författarens lärobok för realskolan.

Tack vare det preciserade framförandet och koncentrationen kring det principiella har bokens sidantal kunnat göras omkring en femtedel mindre än övriga vanliga läroböckers, vilket torde uppskattas av både lärare och elever. Måtte den också kunna undvika att växa i omfång med nya upplagor, som många läroböcker tyvärr ha för vana!

Boken är ej att betrakta som en läsebok, vädjande till memorering, utan en verklig studiebok, som tvingar till reflexion och logisk tankeverksamhet, vilket underlättas av den klara framställningen. Måhända skulle den ytterligare vinna i detta avseende, om vid slutet av varje avdelning infördes ett antal frågor (utan svar) att av eleverna utredas? — Det må kanske framhållas, att uttrycken alfa, beta, delta (s. 224), orto, meta, para (s. 246) böra förklaras, definitionen av pH (s. 98) och tabellen över molekylradier (s. 240)

förtydligas samt »gödningsmedel» genomgående benämnas gödselmedel.

Tryckfel äro nästan obefintliga. Stilen är spatiös och lättläst samt den typografiska utstyrseln tilltalande. Men vad betyder den geometriska figuren på omslaget?

Bokens sakliga innehåll synes i allo vara korrekt, väl valt inom den centrala nutida kemien, lagom omfattande för sitt ändamål och skriven på ett intresseväckande sätt, varför den är värd att uppmärksammas och få stor spridning. Vi kemilärare ha stor anledning att vara lektor Englund tacksamma för hans arbete att söka föra kemiundervisningen in på nya vägar. *E. Nordefeldt*

LARS GUNNAR SILLÉN, PAUL W. LANGE, C. OLOF GABRIELSON, *Fysikaliskkemiska räkneuppgifter.* 2:a uppl., Almqvist & Wiksells Akademiska handböcker, Hugo Gebers förlag 1951. 388 s. och en tabellbilaga. Pris bunden kr. 17:—.

Den första upplagan av detta standardverk, anmäld i denna tidskrifts 31 årgång (1948), har redan nu efter tre år måst efterföljas av en ny. Arbetet har tydligen och med full rätt blivit livligt uppskattat och använt. I den nya upplagan har författarna tillagt inte mindre än ett 200-tal nya uppgifter, de flesta hämtade från den kemiska litteraturen.

Som sagt ett standardverk, höjt över vårt beröm, men om trots allt en anmärkning må tillåtas, så skulle den ta formen av en önskan att arbetets omfång i nya upplagor ej på långa vägar må tillväxa i samma takt som hittills. Den studerande som använder denna exempelsamling för självstudium utan vägledning kan få svårt att välja men lätt att fattas av missmod inför det väldiga materialet. *G. Starck*

Recensenter i detta häfte: fil. lic. G. BLOM, Stockholm; laborator C. BROSSET, Stockholm; byrådirektör S. COMÉT, Stockholm; docent T. ELVIUS, Saltsjöbaden; professor O. FROSTMAN, Lund; lektor B. GRUNDSTRÖM, Djursholm; lektor T. HALL, Kalmar; docent S. HILDING, Stockholm; assistent B. LILJEQVIST, Stockholm; lektor E. NORDEFELDT, Stockholm; lektor G. STARCK, Stockholm; lektor A. WAHLGREN, Stockholm.

Gradualavhandlingar[1]

Gunnar Holte, *On the space energy distribution of slowed-down neutrons* (Arkiv för Fysik 2, nr 48, 523—549 (1950), Arkiv för Fysik 3, nr 14, 209—245 (1951), samt en kort sammanfattning av dessa arbeten). Disp. i Uppsala den 19 maj 1951. Opponenter: docent Nils Svartholm och fil. lic. Per Olof Fröman.

I avhandlingen beräknas den stationära fördelningen i rum och energi av neutroner, som efter emission med hög begynnelseenergi (storleksordning 1 Mev) från en approximativt punktformig källa i ett homogent, nedbromsande medium av stor utsträckning (moderator) nedbromsats avsevärt genom elastiska stötar mot mediets atomkärnor. Dessa »långsamma» neutroner antagas dock fortfarande ha så stor energi E, att atomernas hastigheter före en stöt med en neutron samt deras kemiska bindning äro försumbara (E större än ungefär 1 ev). Beräkningen bygger på den transportekvation av Boltzmanns typ som neutronfördelningen skall satisfiera. I enlighet med vad som under senare år visat sig bäst vid studiet av detta problem angripes dock ej transportekvationen direkt, utan den behandlas först med en Fourier- och en Laplacetransformation, ett förfaringssätt som angivits av Waller, Marshak m. fl.

En storhet av väsentlig betydelse för problemlösningen är den fria medelväglängden λ för neutronerna i moderatorn. Den varierar i allmänhet med neutronenergien. Som en första approximation, berättigad då de emitterade neutronernas energi ej är alltför hög, kan man sätta λ konstant under nedbromsningsprocessen. Detta fall behandlas fullständigt i den första uppsatsen. För neutrontätheten, som ursprungligen är given som en dubbelintegral med en komplicerad integrand i form av ett kedjebråk, ha direkt användbara analytiska formler för godtyckliga avstånd r från källan beräknats. Härvid har anknytningen mellan små och stora r erhållits genom användande av serieutvecklingar och analytisk fortsättning i transformationsvariablerna, i kombination med residuräkning och sadelpunktsmetoden för integrationen.

Avhandlingens huvuddel finnes i den andra av de nämnda uppsatserna. Här behandlas det betydligt svårare och trots försök av andra forskare hittills mycket ofullständigt undersökta fall, då hänsyn tages till att λ beror av neutronenergien. λ har ansatts i form av ett polynom i E med brutna exponenter, som kan be-

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

stämmas ur experimentella mätningar av λ. Transportekvationen kan då transformeras som tidigare och kan efter en klotfunktionsutveckling skrivas som ett oändligt system av differensekvationer i två variabler. Lösningen av detta system, som är en av problemets väsentliga svårigheter, har visats vara genomförbar på en form som är möjlig att använda för den följande integrationen. För den fortsatta beräkningen i detta fall har sedan i huvudsak samma metoder som i första uppsatsen kunnat användas och formler för neutrontätheten erhållits av väsentligen samma fullständighet som där. Av särskilt intresse är, att på detta sätt neutronfördelningen i vatten kunnat beräknas. De nya uttrycken för neutronfördelningen belysa också närmare giltighetsområdet för den vid studiet av dessa problem mycket använda approximativa s. k. åldersteorien. Det visar sig härvid för t. ex. vatten, att denna approximation ger alltför stora fel för att vara av egentligt värde.

De numeriska tillämpningarna ha omfattat, förutom vatten, även kol och deuterium.

Bengt Aurivillius, *Röntgenografiska undersökningar av vismutoxifluorid och blandoxider med trevärt vismut.* Sammanfattning av 6 uppsatser i Arkiv Kemi, Mineral., Geol. och Arkiv Kemi. Disp. i Stockholm den 22 maj 1951. Opponenter: docent Cyrill Brosset och laboratoriechefen Harry Arnfelt.

De viktigaste delarna av arbetet behandla 1. föreningar med defekt syregitter och 2. föreningar med $Bi_2O_2^{2+}$-skikt.

1. Föreningar med defekt syregitter. Tidigare undersökningar, utförda på Stockholms Högskola, ha visat förekomsten av en fas med variabel sammansättning och defekt syregitter i systemet SrO-Bi_2O_3. Sammansättningen kunde varieras mellan 15 och 28 mol% SrO. Formelinnehållet i en elementarcell kunde beskrivas med formeln: $Sr_{9x}Bi_{9(1-x)}O_{4,5(3-x)}$, där x betyder molbråket av SrO. Som synes är summan av antalet metallatomer alltid lika med 9, under det att antalet syreatomer varierar med x. I ovanstående arbete ha motsvarande faser studerats i systemen CaO-Bi_2O_3 ($0{,}10 < x < 0{,}22$) och BaO-Bi_2O_3 ($0{,}12 < x < 0{,}20$).

En annan fas med variabel sammansättning och defekt syregitter upptäcktes, då BaO-rikare blandoxider undersöktes. Upphettning i luft av blandningar av BaO och Bi_2O_3, som innehålla mer än 26 mol% BaO för till en, eller möjligen två tetragonala faser med variabel sammansättning. Analyser visade, att syre upptagits från luften och att en del av vismuten övergått i femvärd form. Om antalet atomer/elementarcell av Bi(III) och Bi(V) betecknas med respektive y och z kan formelinnehållet i en elementarcell

skrivas: $Ba_{(2-y-z)}Bi(III)_yBi(V)_zO_{(1,5z+0,5y+2)}$. Antalet metallatomer är som synes alltid lika med 2, under det att antalet syreatomer varierar med y och z. Förhållandet y/z är dock alltid sådant, att antalet syreatomer/elementarcell aldrig överstiger 3.

2. Föreningar med $Bi_2O_2^{2+}$-skikt. Kristallstrukturen av vismutoxifluorid, BiOF, har visats vara av samma typ som strukturerna av BiOCl, BiOBr och BiOJ och således uppbyggd av $Bi_2O_2^{2+}$- och F^--skikt.

En serie faser med den allmänna formeln: $Bi_2O_2(A_{m-1}B_mO_{3m+1})$ ha syntetiserats och undersökts röntgenografiskt. Symmetrien är för dessa faser tetragonal eller pseudotetragonal. Strukturerna kunna tänkas vara uppbyggda av $Bi_2O_2^{2+}$-skikt och $(A_{m-1}B_mO_{3m+1})^{2-}$-skikt. Skikten ligga vinkelrätt mot den tetragonala axeln (*c*-axeln). Längden av *a*-axeln är nära densamma för alla dessa faser, vilket kan förklaras ur $Bi_2O_2^{2+}$-skiktens dimensioner. Inom $(A_{m-1}B_mO_{3m+1})^{2-}$-skikten äro A-atomerna omgivna av 12 syreatomer och B-atomerna av 6. Konfigurationen av syreatomer omkring metallatomerna är densamma som i perovskit, $CaTiO_3$, varvid A svarar mot Ca och B mot Ti. Höjderna av $(A_{m-1}B_mO_{3m+1})^{2}$-skikten längs *c*-axeln är approximativt lika med höjden av m enhetsceller av perovskit.

Det enklaste fallet, m=1, vilket skulle svara mot formeln $Bi_2O_2(A_0B_1O_4)$ har hittills inte kunnat realiseras, men faser med m=2, 3 och 4 ha kunnat framställas. Nedanstående tabell ger formlerna och kantlängderna för några av dessa faser:

m	formel	*a* Å	*c* Å
2	$Bi_2O_2(Bi(NbTi)O_7)$	3,84	25,11
3	$Bi_2O_2(Bi_2Ti_3O_{10})$	3,84	32.83
4	$Bi_2O_2((BaBi_2)Ti_4O_{13}$	3,86	41,76

Tibor Gráf, *On the radioactivity of* K^{40}. Arkiv för Fysik, band 3 nr 13 samt fyra tidigare publicerade uppsatser i Physical Review och Review of Scientific Instruments. Disp. vid Stockholms Högskola den 19 maj 1951. Opponenter: docent Sigvard Eklund och tekn. lic. Guy von Dardel.

Avhandlingen redogör för en experimentell undersökning över de radioaktiva strålar som utsändas av K^{40}, ett atomslag som ingår med 0,01 % i det naturliga kaliums sammansättning. K^{40} omvandlas antingen genom att dess kärna utsänder en betapartikel eller genom att den infångar en elektron från elektronhöljet. Efter den första processen övergår kaliumatomen till en kalciumatom, efter

den andra till en argonatom. Efter den omorganisationsprocess som omedelbart följer på omvandlingen till argon utsänder den bildade argonatomen från sitt elektronhölje antingen röntgenstrålar eller Auger-elektroner, medan kärnan övergår till sitt grundtillstånd under utsändande av en gammastrålning. Undersökningens resultat ligga dock ej uteslutande inom kärnfysiken utan kasta nytt ljus även över en del geofysikaliska problem av mera allmänt intresse. Huvudresultaten och deras viktigaste geofysikaliska konsekvenser äro följande:

A. — Intensiteten för kaliums gammastrålning har befunnits vara omkring sju gånger större än dess tidigare antagna värde. Detta resultat förklarar på ett enkelt sätt det stora överskott i luftens jonisation, som V. F. Hess funnit, när han jämförde sina mätresultat med det beräknade värdet. Beräkningen var baserad på de kända värdena för strålningsintensiteterna från de olika radioaktiva ämnena i jordskorpan.

B. — Den energi, som kalium genom sin radioaktivitet alstrar i jordskorpan, har visats vara flera gånger större än den energimängd man hittills räknat med.

C. — Ur de nya bestämningarna av det antal partiklar och kvanta som utsändas av ett gram kalium per sekund, beräknas halveringstiden T till 1,3 miljarder år. Med det tidigare värdet, som var 240 miljoner år, skulle hela jordskorpan varit i smält tillstånd för 2 miljarder år sedan på grund av värmeutvecklingen från de stora mängder K^{40} som skulle ha existerat då. Detta skulle emellertid vara svårt att förena med den faktiska förekomsten av bergarter vilkas ålder överstiger 2 miljarder år. Vidare skulle argonhalten i gamla kaliummineraler vara väsentligt större än vad den direkta kemiska analysen av dessa mineraler visar. Med de nya värdena för kaliums strålningsintensitet och halveringstid erhåller man rimliga värden för den ursprungliga mängden av K^{40} och för den nuvarande halten av argon i kaliummineraler.

Dessa resultat överensstämma också med det välgrundade antagandet att atmosfärens argonhalt nästan helt härstammar från de kaliumatomer, som i jordens inre, huvudsakligen under de tidigaste geologiska perioderna, omvandlats i argon. De visa samtidigt att under vår planets första utvecklingsskede kalium var av lika stor betydelse för jordskorpans värmehushåll som uran eller torium.

Delar av avhandlingen behandlar de nya G-M rörkonstruktioner av hög känslighet, som utvecklats i samband med dessa undersökningar över de av kalium utsända ytterst svaga beta-, gamma- och röntgenstrålarna.

Tidskrifter

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1951: 3.

Ur innehållet: The Effect of Winds and Tides on the Length of the Day; Optical Measurements of Particle Distribution in the Sea; Das Phänomen »Blau Sonne»; Forecasting Minimum Temperatures; On the Effective Radiation to a Cloudless Sky; Structure of Shear Lines near the Tropopause in Summer; Interaction between Vortices.

Populär astronomisk tidskrift, Stockholm 1951: 3—4.

Ur innehållet: Tycho Brahe-jubileet på Ven och Stjärneborgs invigning; Stjärneborg och dess huvudinstrument; Laurentius Paulinus Gothus, Sveriges förste professor i astronomi; Ljusfördelningen i solkoronan; En undersökning i Kapteyns selected areas; Om astronomisk »seeing» eller sikt.

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1951: 3—4, 1952: 1.

Ur innehållet: Astronomiska användningar av fotoelektriciteten; Støv i solsystemet; Lidt om regnemaskinen EDSAK; Studenterliv og astronomi i Cambridge; Neon i stjernerne; Kometerne; Heinrich Louis d'Arrest; Stellarstatistik; Oversikt over observationer af foranderlige stjerner.

Matematisk Tidsskrift, København 1951: 3.

Ur innehållet i *A*: Einer Torsting (nekrolog); Fra differentialkvotient til differenskvotient — og omvendt; Lösningar till prisuppgifterna i Matem. Tidsskr. A 1950, s. 70. — Ur *B*: On Th. Bangs Solution of the Plank Problem; Sur les systémes linéaires réductibles de courbes algébriques planes; On normal subgroups with finite index in *F*-groups; On the greatest and the least zero of Laguerre polynomials; Elliptische Schraubungen und nichteuklidische Loxodromen.

Fysisk Tidsskrift, København 1951: 1—4.

Ur innehållet: Taler ved Københavns universitets højtidlighed på hundredårsdagen for H. C. Ørsteds død; Ørsteds videnskabelige liv; Stoffernes egenskaber ved høje tryk; Bølgeledere og hulrumsresonatorer; Om det osmotiske tryks natur; Nogle træk af vulkanismens fysiske baggrund. Fysik i skolen: Bestemmelse af en stemmegaffels svingningstal og lydens hastighed i luft og kultveilte; Newtons 2. lov; Vandluftpumpen.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1951: 3—4.

Ur innehållet: Wallis's og Brounckers formler for π; Theory of Divisibility in some Commutative Semi-Groups; Et enkelt bevis for løsbarhetsbetingelsen for den diofantiske ligning $ax^2+by^2+cz^2=0$; Noen betragtninger over behandlingen av funksjoner, kontinuitet og grenseverdier i realgymnaset. Opgaver; Bokmeldinger.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1952: januari.

Ur innehållet: Nobelprisen i kjemi 1951; Simon Stevin, 1548—1620; H. C. Ørsted, 1851—1951; Dubrovin-manometret; Sammensatt spredning av kjernepartikler i fotografiske emulsjoner; Om det matematiske sprog i fysikken; Forslag til uppstilling av grunnstoffenes periodiske system.

(Forts. sid. 72)

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

1793) *I en cirkel med centrum O och radien R är inskriven en spetsvinklig triangel ABC, vars höjder råkas i H. Bestäm maximum och minimum för summan av PO och PH, när punkten P genomlöper triangelns omkrets.* *X.*

1794) *Två klot, vilkas radier äro en längdenhet, tangera varandra. A_i och B_i betyda punkter på resp. ytor. A_1B_1, B_1A_2, A_2B_2, B_2A_3, ..., $B_n A_{n+1}$ äro gemensamma tangenter. Beräkna deras längd, då A_{n+1} sammanfaller med A_1, utan att detta inträffat tidigare; n=3, 4 ...* *X.*

1795) *Om motstående sidoytor i en oktaeder äro parvis parallella, så äro de parvis kongruenta och diagonalerna dela varandra mitt itu. Betecknar T arean av en sidoyta och P arean av ett snitt genom två diagonaler, så är $2\Sigma T^2=\Sigma P^2$.* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

Rättelse: I svaret till uppg. 1790 (dec. h. 1951, s. 260) bör $a:2$ utbytas mot $a:\sqrt{7}$.

1796) I en liksidig triangel är ett parallelltrapets $ABCD$ inskrivet, så att AB, som är en av de parallella sidorna, ligger utmed en triangelsida. Den sistnämnda, trapetsets höjd, sidorna CD och AB bilda i denna ordning en geometrisk serie. Sök förhållandet mellan trapetsets och triangelns ytor.

Svar: $(6+2\sqrt{3}):27$.

1797) I parallelltrapetset PQA_1B_1 är $PQ=2a$, $QA_1=A_1B_1=a$ och vinklarna Q och A_1 båda 90°. På sidan PB_1 uppritas utåt parallelltrapetset $PB_1A_2B_2$ likformigt med det förstnämnda, så att PB_1 blir den längsta sidan och vinklarna PB_1A_2 och A_2 båda 90°. På sidan

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérg. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 1796—1797 äro insända av *A.-S. Löfquist*, 1798—1804 av *B. Svenonius*, 1805—1806 av *G. Wahde*.

PB_2 uppritas sedan på samma sätt nästa parallelltrapets osv., tills en sida PB_8 i det sista kommer att ligga utmed PQ. Bestäm längden av den brutna linjen $QA_1B_1A_2B_2 \ldots A_8B_8Q$.

Svar: $15a(3+\sqrt{2}):8$.

1798) Ekvationen $\sin 2x+a\cot x=0{,}25$ satisfieras av två vinklar, vilkas skillnad är 90°. Bestäm a och dessa vinklar.

Svar: $a_1=-(2+\sqrt{3}):4$, $x_1=52{,}5°+n\cdot 90°$; $a_2=-(2-\sqrt{3}):4$, $x_2=82{,}5°+n\cdot 90°$.

1799) Från hörnet A i en liksidig triangel ABC i rymden drages en linje AL, som med AB bildar en vinkel 30° och med AC en vinkel 60°. Hur stor vinkel (x) gör AL med BC? Vad blir resultatet, om vinklarna äro β och γ?

Svar: $68{,}53°$, $\cos x=|\cos\beta-\cos\gamma|$.

1800) En sfärs yta delas av tre parallella plan i delar, som i ordning förhålla sig som 1 : 2 : 3 : 4. Angiv förhållandet mellan delarnas volymer.

Svar: 7 : 47 : 108 : 88.

1801) En korda delar en cirkel (radie=r) i två segment. I vartdera inskrives en kvadrat med två hörn på kordan och två på cirkeln. Sök summan (y) av dessa kvadraters ytor som funktion av kordans avstånd från cirkelns medelpunkt.

Svar: $y=0{,}32\,(3x^2+5r^2)$; $0\leqq x\leqq r:\sqrt{2}$.

1802) Ett parallelltrapets med konstant yta (B) och den större av de parallella sidorna=a roterar kring denna. Bestäm rotationskroppens volym (V) som funktion av trapetsets höjd (x) och återgiv variationen i ett diagram.

Svar: $V=\frac{1}{3}\pi\,(4Bx-ax^2)$; $B:a<x<2B:a$.

1803) Kurvorna $y=9ax^3+2bx$ och $y=bx^2+ax+5$ ha maximum eller minimum i en gemensam punkt. Bestäm a och b samt upprita kurvorna.

Svar: $a=-6$, $b=9$. Den förra har ett maximum, den senare ett minimum i punkten $(\frac{1}{3};\ 4)$.

1804) En rak cirkulär cylinder har bottenperiferierna på var sitt av två varandra tangerande klot med radien r. Bestäm det största värde cylinderns mantelyta kan antaga.

Svar: $3\pi r^2\sqrt{3}$.

1805) En triangel har ett hörn A i origo, ett annat B i punkten (1; 1) och sidan AC utmed x-axeln. Sök orten för skärningspunkten P mellan mittpunktsnormalen till sidan AC och bissektrisen till vinkeln ABC.

Svar: Den undre grenen av den liksidiga hyperbeln $x^2-y^2-2xy+2y=0$. Geometriskt: Bissektriserna till $\sphericalangle APB$ och dess yttervinkel äro parallella med bissektriserna till $\sphericalangle BAC$, som äro fixa.

1806) En punkt A på kurvan $y=ax^3+bx$, där konstanterna a och b ha olika tecken och $|b|>\sqrt{3}$, sammanbindes med origo O. Sträckan OA har nollvärde, maximivärde och minimivärde, då vinkeln mellan OA och x-axeln är resp. α, β, γ. Visa, att $\alpha=\beta+\gamma$.

Lösn. till uppg. 1765—1766

1765) *P är en punkt inom triangeln ABC, så vald att $a^2\cdot\overline{AP}^2=b^2\cdot\overline{BP}^2+c^2\cdot\overline{CP}^2$. Uttryck vinkeln BPC i vinkeln A ($A<90°$).*

X.

I. Lägg B i origo och x-axeln utmed BC. Om koordinaterna för P äro $(x; y)$, erhålles $a^2(x-x_A)^2+a^2(y-y_A)^2=b^2(x^2+y^2)+c^2(x-a)^2+c^2y^2$ eller $(b^2+c^2-a^2)(x^2+y^2)-2ax(c^2-ax_A)+2a^2yy_A=a^2(x_A^2+y_A^2)-a^2c^2$. Medelpunktens y-koord. blir $-a^2y_A:(b^2+c^2-a^2)=-a^2c\sin B:2bc\cos A=-ab\sin A:2b\cos A=-\frac{1}{2}a\operatorname{tg}A$, dvs. $\sphericalangle BPC=90°+A$.

S. B.

II. Om P tänkes rörlig, så betyda ekv. (1) $b^2\cdot(BP)^2+c^2\cdot(CP)^2-a^2\cdot(AP)^2=0$, (2) $c^2\cdot(CP)^2+a^2\cdot(AP)^2-b^2\cdot(BP)^2=0$, (3) $a^2(AP)^2+b^2\cdot(BP)^2-c^2\cdot(CP)^2=0$ tre cirklar. Direkt inses ($P\equiv B$ och $P\equiv C$), att (1) går genom B och C, och p. s. s. (2) genom C och A samt (3) genom A och B. Förlägges origo i B, så härröra de linjära aggregaten, som satta $=0$ ge tangenterna i B till (1) och (3), från $c^2\cdot(CP)^2-a^2(AP)^2$ resp. $a^2(AP)^2-c^2\cdot(CP)^2$. (1) och (3) tangera alltså varandra i B, p. s. s. (2) och (1) i C, (3) och (2) i A. Radikalcentrum, som ligger lika långt från A, B, C, är följaktligen centrum O för omskrivna cirkeln ABC. Då $A<90°$, har (1) punkter P inom triangeln. Dragas tangenter till (1) från O, blir $\sphericalangle BPC=90°+A$ enl. korda-tangentsatsen.

N. J.

Anm. Sättes $P\equiv O$, fås potensen i O för (1) till $(b^2+c^2-a^2)R^2:(b^2+c^2-a^2)=R^2$. Alltså tangera OB och OC (1) i B och C. Eller: (1), (2), (3) tillhöra det av punktcirklarna A, B, C bestämda »nät», vars ortogonalcirkel måste vara cirkeln ABC.

Red.

1766) *I triangeln ABC dragas bissektriserna AD och BE. Visa, att sträckan DE till sin storlek ligger mellan AE och BD och att*

den är lika med en av dem (och då med båda) endast om AC och BC äro lika. *N. J.*

Antag först, att $a > b$. Då är enl. bissektrissatsen $BD : DC > AE : EC$, dvs. $DD_1 \parallel BA$ skär förlängningen av BE i D_1, medan $EE_1 \parallel AB$ skär AD i E_1 mellan A och D. Vidare är $DB = DD_1$ och $EA = EE_1$. Är nu i allmänhet P spetsen i den likbenta triangeln PQR, U en punkt på basen QR, V en punkt på basens förlängning, följer genast att $PU < PQ < PV$. Tillämpas detta på vår figur, så fås $BD = DD_1 > DE > EE_1 = EA$. För $a = b$ är $BD = DE = EA$, emedan $D_1 \equiv E$ och $E_1 \equiv D$. *X.*

Även löst av *Y. Metsänkylä.*

1767) *En gemensam tangent till en triangels omskrivna cirkel och en vidskriven tangerar den förra i A, den senare i B. Tangenten till den vidskrivna cirkeln i den skärningspunkt med den omskrivna, som ligger närmast den gemensamma tangenten, skär denna i S. Beräkna AS : SB.* *X.*

Antag, att LMN är en av de ∞^1 i cirkeln O inskrivna trianglar, vid vilken cirkeln V är vidskriven. Den andra gemensamma tangenten berör O och V i A_1 resp. B_1. Skärningspunkten mellan O och V är P och V tangerar LM. Om nu i triangeln LMN hörnet L får tendera mot P, gå både N och M mot A_1, dvs. tangenten SP går genom A_1. Enl. kordasatsen är $(SA)^2 = SP \cdot SA_1 = BS \cdot SA_1$ (1). Vidare är $SA_1 = SP + PA_1 = BS + B_1A_1 = BS + BA = 2BS + SA$. Insättes i (1), fås den homogena ekv.: $(SA)^2 = BS \cdot (2BS + SA)$, varur $SA : BS = 2 : 1$. *X.*

Även löst av *N. J.*

(Forts. från sid. 68)

Discovery, London 1951: December, 1952: January.

Ur innehållet: Winds, Currents and Fisheries; The Delta-Wing Revolution; Sodium Chloride, The Salt of Life; Tintometer Colour-matching Techniques; The Dilemma of the Soviet Science; Revolution in Optics; The Cavendish's Golden Year; The International Hydrographic Bureau; Electric Power at 400 000 Volts, How Sweden is Tapping Water Power near the Arctic Circle. Ett stort antal notiser under rubriken »The Progress of Science.»

Science Progress, London 1952: January.

Ur innehållet: Spermatozoa; The Contemplative Gardener; Low-Temperature Physics; The Chemosynthetic Micro-Organisms; The Velocity of Light; The Structure of the So-called Golgi-Body. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, Meteorology, Organic Chemistry, Biology, Botany.

Fyllnadsprövning efter studentexamen[1]

Januari 1952

Matematiska uppgifter för latinlinjen[2]

1. Från en punkt A, vars avstånd till medelpunkten O i en cirkel är lika med cirkelns diameter, drages en rät linje, som skär cirkeln i punkterna B och C, så att $AB=BC$. Hur stor är vinkeln OAB?
2. Om kvoten i en konvergent oändlig geometrisk serie med första termen 1 ökas med $\frac{1}{3}$, blir seriens summa 5 gånger så stor som om kvoten hade multiplicerats med $\frac{1}{3}$. Vilken är den ursprungliga seriens kvot, och hur stor är dess summa?
3. Sträckorna AB och AC äro 5 cm respektive 8 cm, och vinkeln mellan dem är 60°. Mittpunkten på sträckan AC är D. Hur stor är radien i den cirkel, som går genom punkterna B, C och D?
4. I triangeln ABC är D mittpunkten på sidan AB och E mittpunkten på sidan AC. Punkten F delar sidan AC så, att $AF:FC=2:1$. Förlängningarna av sträckorna BF och DE skära varandra i punkten P. Beräkna förhållandet mellan ytorna av trianglarna EFP och ABC.
5. Ett parallelltrapets är inskrivet i en cirkel med 10 cm radie. Två vinklar i trapetset äro vardera 120°, och den mindre av de parallella sidorna är 12 cm. Hur stor är trapetsets yta?
6. En av rötterna till ekvationen $x^2+ax+8=0$ är en enhet mindre än en av rötterna till ekvationen $x^2+(a+3)x+8=0$. Bestäm värdet på konstanten a.
7. Höjden i en triangel delas av den i triangeln inskrivna cirkelns periferi i tre delar, som i ordning från spetsen räknat äro 9 cm, 16 cm och 2 cm. Beräkna triangelns sidor.
8. I en cirkel med diametern 9 cm drages en korda och parallellt med denna en tangent till cirkeln. Om man från kordans änd-

[1] *Allmänna anvisningar för alla examensprov:* Införda beteckningar böra förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar böra icke vara så knapphändiga, att de bli svåra att följa. Geometriska uppgifter böra åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal. — För provet i *fysik* tillkommer att enheterna angivas och att konstanter, som ej äro uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

[2] Inga uppg. för nyspråkligt lyceum förekommo denna gång.

punkter fäller normaler mot tangenten, uppkommer en rektangel. Bestäm längden av en av diagonalerna i denna rektangel som funktion av kordans avstånd från tangenten, och åskådliggör genom inprickning i ett diagram, hur diagonalens längd varierar med detta avstånd. Bestäm därefter medelst diagrammet, hur långt från tangenten kordan skall ligga, för att diagonalen skall bli så stor som möjligt, och ange dennas största längd.

Resultat: **1.** 23,27°. **2.** Kvoten är 0,5 och summan 2. **3.** $1{,}4\sqrt{7} = 3{,}704$ cm. **4.** $\frac{1}{12}$. **5.** $72+21\sqrt{3}=108{,}4$ cm². **6.** 6 eller -9. **7.** $27\frac{6}{7}$ cm, $42\frac{6}{7}$ cm, 45 cm. **8.** Om kordans avstånd till tangenten är x cm och diagonalen y cm, är $y^2=36x-3x^2\equiv 3\,[36-(x-6)^2]$, där $0<x<9$; y växer från 0 till max. $6\sqrt{3}\approx 10{,}4$ när x växer från 0 till 6, för att sedan avta till 9 för $x=9$. Punkten $(x;\ y)$ beskriver en ellipsbåge, $(x;\ y^2)$ en parabel.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. En rät cirkulär cylinder, i vilken höjden är 25 % kortare än diametern i en basyta, är inskriven i en sfär. Bestäm förhållandet mellan volymerna av de tre delar, i vilka sfären delas av cylinderns båda basytor.
2. I triangeln ABC äro medianerna AD och BE dragna. Sidan AB är 4 cm, medianen AD 9 cm och vinkeln ABE 50°. Beräkna medianen BE samt vinkeln mellan de båda nämnda medianerna.
3. Hörnen A och B i ett parallelltrapets $ABCD$ ligga på den räta linjen $x+y+2=0$. Hörnen C och D ligga i första kvadranten och på kurvan $y=x^2$. Sidorna AD och BC äro parallella med x-axeln och halveras av samma kurva i andra kvadranten. Bestäm koordinaterna för trapetsets hörn.
4. Fem sinsemellan olika reella tal, vilkas produkt är 384, äro så beskaffade, att första, andra, tredje och fjärde talen bilda en aritmetisk serie, medan första, tredje, fjärde och femte talen bilda en geometrisk serie. Vilka äro talen?
5. I en konvergent oändlig geometrisk serie med reella termer är första termen $\sin x$ och fjärde termen $\frac{1}{8}\cdot\sin 4x+\frac{1}{4}\cdot\sin 2x$. Seriens summa är 3. Bestäm det exakta värdet av seriens första term och av dess kvot.
6. AB är en diameter i en cirkel med radien r, C är en punkt på förlängningen av AB åt B till. På cirkelns tangent i punkten A är en punkt D så belägen, att sträckan CD är lika med $6r$. Bestäm det största värde, som avståndet från cirkelns medelpunkt till linjen CD kan anta.

7. Orten A ligger på ekvatorn, medan orten B har latituden u. Longitudskillnaden mellan orterna är v. Jorden betraktas som en sfär med medelpunkten O. Vinkeln AOB betecknas med x. Bevisa sambandet $\cos x = \cos u \cos v$ för det fall, att vinkeln v är spetsig. Använd därefter detta samband för att beräkna avståndet mellan A och B längs storcirkelbågen genom orterna, om $u = 59{,}4°$, $v = 35{,}4°$ och jordens radie är 637 mil.
8. Bland de kurvor, som ha ekvationen $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, där a, b, c och d äro konstanter, finnas vissa, som tangera x-axeln i punkten A $(-2; 0)$ och som i skärningspunkten med y-axeln ha tangenten parallell med x-axeln. Dessa kurvor bilda en s. k. skara, och deras ekvation kan skrivas i en form, som innehåller a men icke de övriga konstanterna. Bevisa, att kurvorna i denna skara gå genom ytterligare en fix punkt B och bestäm dennas koordinater. Utred därefter, hur utseendet av en kurva i skaran ändras, då a genomlöper alla reella värden, och upprita slutligen i stora drag exempel på de huvudtyper, som förekomma.

Resultat: **1.** 13 : 99 : 13. **2.** 11,59 cm; 30,71°. **3.** $(-6; 4)$, $(-3; 1)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$. **4.** 8, 6, 4, 2 och 1. **5.** Första termen är 0,6, kvoten 0,8. **6.** $\frac{7}{8}r\sqrt{7}$. **7.** 728 mil. — Om BB_1 är normalen mot ekvatorplanet, BB_2 normalen mot OA, så är enl. känd sats B_1B_2 normal mot OA. Av $OB_1 = R\cos u$, $OB_2 = R\cos u \cos v$ fås $\cos x = \cos u \cos v$. **8.** Man finner för skaran ekv. $y = (x+2)^2[(x-2)^2 + a(x-1)]$, som för $x = 1$ är oberoende av a, dvs. går genom $B(9; 1)$. Derivatan $= x(x+2)[4x - (8-3a)]$ har nollställena $x_1 = -2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2 - \frac{3}{4}a$. För 1) $a < \frac{8}{3}$ ger x_1 och x_3 min., x_2 max. 2) $a = \frac{8}{3}$ ger $x_2 = x_3$ inflex., x_1 min. 3) $\frac{8}{3} < a < \frac{16}{3}$ ger x_1 och x_2 min., x_3 max. 4) $a = \frac{16}{3}$ ger $x_1 = x_3$ inflex., x_2 min. 5) $a > \frac{16}{3}$ ger x_2 och x_3 min., x_1 max. I skaran ingå tre symmetriska kurvor: $y = x^2(x+2)^2$ för $a = 4$ och $y = (x^2-4)^2$ för $a = 0$, till vilka x-axeln är dubbeltangent, samt $y = (x^2+4x)^2 - 16$ för $a = 8$ med dubbeltang. $y + 16 = 0$ och kongruent med den föreg. — Villkor för reella rötter till $y = 0$ är $a \geqq 4$ och $a \leqq 0$. Man har nämligen $x_2 + x_3 = 4 - a$ och $x_2 x_3 = 4 - a$, varav $1 : x_2 + 1 : x_3 = 1$ samt $(x_2 - x_3)^2 = a^2 - 4a$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Från ena ändpunkten av storaxeln i en ellips synas parametrarna under synvinklarna $2u$ och $2v$ samt lillaxeln under synvinkeln $2w$. Bevisa sambandet

$$\operatorname{tg}^2 w = \operatorname{tg} u \operatorname{tg} v.$$

2. I en punkt P på parabeln $y^2=12x$ dragas normalen och tangenten. Dessa skära parabelns axel och dess förlängning i punkterna N respektive T. Sök och konstruera orten för tyngdpunkten i triangeln PNT.

3. Genom sambandet $\operatorname{tg}\frac{y}{x}=x$ bestämmes y som funktion av x. Bevisa giltigheten av sambandet $(x+x^3)\frac{dy}{dx}=y(1+x^2)+x^2$.

4. Bestäm konstanterna a och b så, att kurvan $y=(ax+b):x^2$ får den räta linjen $x+2y=6$ till inflexionstangent. Konstruera därpå kurvan, och ange eventuella asymptoter, maximi-, minimi- och inflexionspunkter.

5. P är en godtycklig punkt på en hyperbel med brännpunkterna F_1 och F_2. Bevisa, att medelpunkten för den i triangeln PF_1F_2 inskrivna cirkeln ligger på en av vertextangenterna.

6. Två tunna kvadratiska pappersblad, vartdera med ytan 4 dm^2, placeras så, att de fullständigt täcka varandra. Det ena bladet vrides därefter en vinkel v i förhållande till det andra kring en mot papperets plan vinkelrät linje genom bladens tyngdpunkter. I det nya läget bildar bladens ytterkontur en åttauddig stjärna. Bestäm omkretsen av denna stjärna som funktion av v. För vilket värde på v inträffar maximum för omkretsen, och vilket är detta maximivärde?

7. Kurvan $y=\frac{1}{5}x^5+\frac{2}{3}ax^3+x$ skall undersökas för olika värden på konstanten a. Undersök först, hur antalet av kurvans maximi- och minimipunkter beror av a, ange de olika huvudfallen och upprita i stora drag ett exempel på motsvarande kurva i vart och ett av fallen. Undersök därefter antalet inflexionspunkter på kurvan, ange även här de olika huvudfallen och upprita i stora drag ett exempel på motsvarande kurva i vart och ett av dessa fall, om de icke redan uppritats vid den första undersökningen. Sammanfatta slutligen de båda undersökningarna i form av en översikt över hur kurvan ändras, när a genomlöper alla reella värden.

Resultat: **2.** Parabeln $y^2=4(x-2)$. **4.** Asymptoter: $x=0$, $y=0$; max. $(\frac{4}{3}; \frac{9}{4})$. Infl. $(2; 2)$. — Kombineras kurvans och linjens ekv. fås, om y elimineras, $x^3-6x^2+2ax+2b\equiv(x-2)^3-2x(6-a)+2b+8=0$. Denna ekv. skall ha *t e lika rötter,* varav $a=6$, $b=-4$. **5.** Om $PF_1=r$, $PF_2=r+2a$, $F_1F_2=2c$ och cirkeln tangerar F_1F_2 i T, så är $F_2T=p-r=a+c$. **6.** Med hjälp av relationen $\cos v+\sin v=\sqrt{2}\cdot\cos x$, där $x=45°-v$, får man omkretsen (i dm) $=16(\cos v+\sin v):(1+\cos v+\sin v)=16\sqrt{2}:(\sqrt{2}+1:\cos x)$, som har max. $=16(2-\sqrt{2})$ för $\cos x=0$, dvs. $v=45°$. **7.** Origo är centrum och inflp. med tangenten

(T): $y=x$. Det är tillräckligt att beskriva kurvans förlopp för $x>0$. Ekv. ($y'=$) $x^2(x^2+2a)+1=0$ har två reella pos. rötter. x_1 och x_2 ($x_1>x_2$) för $a<-1$; x_1 ger min., x_2 max. För $a=-1$ ger $x_1=x_2$ infl. För $a>-1$ saknas max. o. min. — Om $a<0$, har ($y''=$) $4x(x^2+a)=0$ tre reella rötter. — Om $a\geqq 0$, förlöper kurvan i sektorn mellan T och pos. y-axeln, konkav uppåt. Om $a\leqq 0$, går kurvan först i sektorn mellan T och neg. y-axeln och är först konkav nedåt, sedan har den en inflp. och blir konkav uppåt, skär T och går som i fallet $a>0$.

Uppgifter i fysik

Lösningarna till uppgifterna 1, 2, 4—8 böra åtföljas av enkla figurer.

1. För att i krossad järnmalm skilja de magnetiska bitarna från de omagnetiska kan man använda ett slags roterande magnetisk trumma med horisontell axel. Malmstyckena inmatas på utsidan av trummans övre del. De omagnetiska bitarna falla bort, sedan trumman vridits ungefär ett fjärdedels varv, medan de magnetiska häfta vid trumman och frigöras från densamma medelst en skrapa, först då de passerat trummans lägsta punkt. Hur stor måste den magnetiska attraktionskraften minst vara på ett malmstycke, som väger 2,5 kg och har sin tyngdpunkt 3 cm från trummans cylindriskt formade yta? Cylinderdiametern är 1,30 m. Trumman roterar 45 varv per minut. Den magnetiska kraften är riktad rakt in mot trummans axel.
2. Två trissor, A och B, med 20 cm resp. 30 cm diameter äro fastsatta på samma lättrörliga och horisontella axel. På vardera trissan upplindas några varv av en tunn metalltråd. Den ena ändan av vardera tråden är fästad vid motsvarande trissa, medan någon meter av den andra hänger fritt ned. Den från A hängande trådändan uppbär en vikt av 7 kg, den från B hängande en vikt av 5 kg. Systemet hålles först i vila med vikternas fästpunkter vid resp. trådändar i jämnhöjd med varandra. Det överlämnas sedan åt sig självt, varvid det kommer i rörelse. Trådarna äro lindade så, att vikterna då röra sig i motsatta riktningar. Beräkna vikternas hastigheter, när det lodräta avståndet mellan nämnda fästpunkter uppgår till 1 m. Man kan bortse från trissornas, axelns och trådarnas vikter, ävensom från friktionen.
3. En elektrisk vattendestillationsapparat skall konstrueras på sådant sätt, att 10 l vatten bortkokas per timme. Man räknar därvid med att vatten av 15° C kontinuerligt tillföres och att kokningen försiggår vid 100° C. Angiv den för driften erforder-

liga elektriska effekten, om 85 % därav väntas komma uppvärmningen och kokningen till godo.

4. Ett sammansatt okular består av tvenne tunna samlingslinser med brännvidderna 9,0 och 3,0 cm. Avståndet dem emellan är 6,0 cm. Beräkna avståndet mellan systemets båda brännpunkter. För nöjaktig problembehandling kräves, att strålgången är tydlig och icke behäftad med rent fysikaliska fel.
5. Två mycket tunna urglas äro sammanfogade så, att deras konvexa ytor vetta utåt. Mellanrummet fylles först med vatten, och den sålunda uppkomna samlingslinsen uppställes med sin optiska huvudaxel vinkelrät mot en belyst skala och sammanfallande med huvudaxeln till en för parallellstrålar inställd avläsningskikare. Man ser skalan skarpt i kikaren, då avståndet mellan skalan och det närmaste urglaset är 330 mm. Vattnet ersättes därefter med en annan genomskinlig vätska. Skalan måste då flyttas 85 mm närmare linsen, för att den skall tydligt avbildas i kikaren. Beräkna härav den nya vätskans brytningsexponent, om vattnets är 1,33. Man förutsätter, att vätskelinsen är tunn.
6. Till ett torrbatteri anslutes i serie en amperemeter och en liten glödlampa. Parallellt med glödlampan är en voltmeter med mycket stort motstånd inkopplad. Amperemetern visar 0,30 A och voltmetern 3,97 V. Glödlampan skruvas därefter ur sin fattning, varefter voltmetern anger 4,45 V. Beräkna torrbatteriets inre motstånd, om amperemeterns motstånd är 0,08 ohm. Tillledningstrådarnas motstånd är av den storleksordning, att ingen hänsyn behöver tagas därtill.
7. Styrkan av den ström, som går genom en galvanometer, är proportionell mot galvanometerns utslag. För att bestämma proportionalitetsfaktorn sammankopplar man en strömkrets, bestående av en ackumulator i serie med ett reglerbart motstånd, en milliamperemeter och en proppreostat R_1. Till reostatens klämskruvar kopplas en andra krets, innehållande i serie en reostat R_2 och galvanometern. Vid ett försök, då motståndet hos R_1 var 7 ohm och hos R_2 5000 ohm, visade milliamperemetern 26,7 mA, och galvanometerns utslag var 12,4 skaldelar. Beräkna proportionalitetsfaktorn. Galvanometerns motstånd var 8 ohm.
8. Ett batteri av 20 st. nifeackumulatorer skall laddas med ström från en motorgenerator, vars verkningsgrad, dvs. kvoten mellan den från likströmsgeneratorn utgående och den på växelströmsmotorn ingående effekten, är 80 %. Generatorns polspänning är 70 V. Genom ett i serie med generatorn och batte-

riet inkopplat motstånd på 21,5 ohm, ledningstrådarnas motstånd inberäknat, är strömstyrkan genom batteriet reglerad så, att den i genomsnitt under hela laddningen blir 2,0 A. Varje ackumulatorcell har ett inre motstånd på 0,04 ohm. Ackumulatorernas verkningsgrad med avseende på avgiven och vid laddningen upplagrad energi är 50 %. Bestäm anläggningens totala verkningsgrad, dvs. kvoten mellan den energi, som erhålles vid ackumulatorernas urladdning och den energi, som tillföres motorgeneratorn. Generator- och batteripolernas tecken böra tydligt markeras i kopplingsschemat.

Resultat: 1. 6,35 kp. — Det väsentliga är givetvis, att malmstycket ej lämnar cylinderytan. För att kunna beräkna centripetalkraften ur givna uppgifter måste man emellertid i »häfta vid» även inlägga, att det är i vila relativt trumman (stor friktion). 2. 0,464 m/sek och 0,696 m/sek. 3. 8,50 kW. 4. 3 cm. 5. 1,44. 6. 1,52 ohm. 7. $3{,}01 \cdot 10^{-6}$. 8. 14,5 %.

Insänd litteratur

Alva H. Bennet, Helen Jupnik, Harold Osterberg, Oscar Richards, *Phase Microscopy.* J. Wiley & Sons, New York 1951, Pp. 319, $ 7.50.

Oscar Kempthorne, *The Design and Analysis of Experiments.* J. Wiley & Sons, New York 1952, Pp. 631, $ 8.50.

Robert A. Friedel and Milton Orchin, *Ultraviolet Spectra of Aromatic Compounds.* J. Wiley & Sons, New York 1951, Pp. 52+579 Spectra, $ 10.00.

Keith Henney and Glen A. Richardson, *Principles of Radio*, 6th Ed. J. Wiley & Sons, New York 1952, Pp. 655, $ 5.50.

E. Schrödinger, *Science and Humanism.* Physics in our Time. Cambridge Univ. Press, London 1951, Pp. 68, 8 s. 6 d. net.

H. L. Hamburger and M. E. Grimshaw, *Linear Transformations in n-dimensional Vector Space.* An Introduction to the Theory of Hilbert Space. Cambridge Univ. Press, London 1951, Pp. 195, 25 s. net.

J. C. Burkhill, *The Lebesque Integral.* Cambridge Univ. Press, London 1951, Pp. 87, 12 s. 6 d. net.

J. R. Davy, *Industrial High Vacuum.* Pitman & Sons, London 1951, Pp. 243, 25 s. net.

D. E. Rutherford. *Classical Mechanics.* Oliver & Boyd, Edinburgh and London 1951, Pp. 200, 10 s. 6 d. net.

H. Cotton, *Applied Electricity.* Clever-Hume Press, London 1951, Pp. 451, 17 s. 6 d. net.

Haskell B. Curry, *Leçons de logique algébrique.* Gauthier-Villars, Paris 1952, 183 p., 1600 fr.+port 100 fr.

Bernard Pullman & Alberte Pullman, *Les théories électroniques de la chimie organique.* Masson & Cie, Paris 1952, 665 p., 2800 fr.

Clément Duval, *Manipulations de chemie.* Deuxième éd. Masson & Cie, Paris 1951, 382 p., 2500 fr.

Colloque de géométrie différentielle, Louvin 11—14 avril 1951. Masson & Cie, Paris 1951, 240 p., 2400 fr. francais.

E. BRANDENBERGER, *Grundriss der allgemeinen Metallkunde.* Reinharth Verlag, Basel 1952, 333 S., schw. fr. 14:—.

G. HOHEISEL, *Aufgabensammlung zu den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen.* Sammlung Göschen Bd. 1059. W. de Gruyter & Co, Berlin 1952, 124 S., DM 2,40.

H. HASSE-WALTER KLOBE, *Aufgabensammlung zur höheren Algebra.* Sammlung Göschen Bd. 1082, Gruyter, Berlin 1952, 182 S., DM 2,40.

PH. LÖTZBERGER, *Vierstellige Tafeln zum praktischen Rechnen,* 16. Ausg. B, 40 S., DM 2,80. — *Erläuterungen und Beispiele für den Gebrauch,* 32 S., DM 3,60. Gruyter, Berlin 1952.

FRED HOYLE, *Världsalltets byggnad.* Övers. Bonnier, Stockholm 1951, 120 s., kr. 7:50.

GUNNAR ALMKVIST-ERNST KNAVE, *Laborationer.* Första delen. Förberedande mätningsövningar. Klass 2^5 och 1^4. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1952, 19 blad, kr. 1:80.

HELLSTEN-FRENDEL, *Fysik och astronomi I,* 11:e uppl. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1951, 145 s.

W. EKMAN-B. ENGLUND, *Kemiundervisningen,* Studieplan för åttonde och nionde skolåren. Sv. Bokförlaget, Stockholm 1952, 12 s.

NILS EVERMARK, *Mekanik och hållfasthetslära.* Gleerups böcker för yrkesundervisning nr 6. Gleerup, Lund 1951, 134 s., kr. 6:—.

CHARLES DULL-MICHAEL IDELSON, *Elektricitetslärans grunder.* Övers. Natur & Kultur, Stockholm 1951, 327 s., kr. 19:50.

HJ. NILSSON-F. WIGFORSS, *Aritmetik.* Gebers Förlag, Stockholm 1951, 111 s., kr. 9:50.

Kunskap och liv, en naturvetenskaplig serie, utg. av Natur & Kultur, Stockholm 1951. Per del kr. 3:—.: P. THORNHILL, Luften vi andas (75 s.); F. R. ELWELL, Ljuset och vår syn (76 s.); B. och M. HOLMES, Vattnet vi använda (84 s.) och Hur man håller värmen (85 s.).

Ordinära differentialekvationer, Lunds Matematiska Sällskaps Kompendier nr 3, Lund 1951, stencilerad, 35 s., kr. 8:—.

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok 1949/1950. Fjärde årg., Nordiska Bokhandeln, i distr. Stockholm 1951, 198 s., kr. 7:—.

Perstorpsboken, Plastteknisk Handbok. Utg. av Skånska Ättikfabriken, Perstorp, tryckt i Hälsingborg 1950, 426 s., kr. 22:—.

Nyare problem inom differentialekvationernas teori. Föredrag vid Svenska Matematikersamfundets colloquium 31.3.1951. Stencil, 35 s., kr. 5:—. I distrib. hos laborator N. E. Fremberg, Matem. inst., Lund.

Tekniska Nomenklaturcentralen, TNC 19. Ordlista för värmebehandling av material, 16 s., kr. 2:—. — TNC 10 t—ö 1951. Ordsamling, 75 s., kr. 2:—. Seelig & Co, Stockholm 1951.

Kompendier, utg. av Statens Hantverksinstitut, Stockholm (tryckår inom parentes):

C. Å. TRAPP, Statiska kondensatorer för faskompensering (1949), 23 s., kr. 3:50.

S. HOLMQVIST, Elektrotekniska mätningar samt elektronikinstrument (1949), 55 s., kr. 10:—.

G. WESSLÉN, Elektromaskinlärans grunder (1949), 101 s., kr. 15:—.

S. E. LINDBERG, Elmätarens verkningssätt, konstruktion och koppling (1949), 95 s., kr. 10:—.

— Kontroll, justering och skötsel av elmätare (1950), 71 s., kr. 10:—.

S. ENGLUND, Visarinstrument och reglerande instrument (1951), 79 s., kr. 15:—.

G. HÅKANSON, Elektriska maskiner och transformatorer för verkstäder och industrianläggningar (1951), 103 s., kr. 15:—.

nyhet

för vårterminens
matematiska laborationer —

kursen framlagd i form av en arbetsbok.

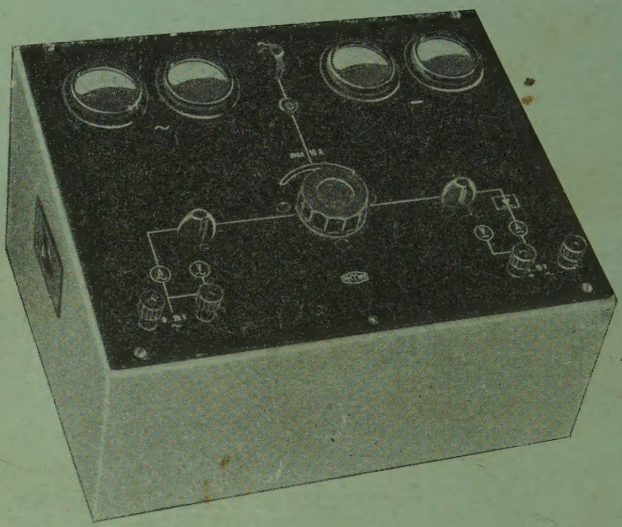
Gunnar Almkvist
Ernst Knave

LABORATIONER

Första delen för klass 2^5 och 1^4 — förberedande mätningsövningar. Godkänd av Läroboksnämnden. Pris kr 1: 80, lärarexemplar med 25 % rabatt.

SVENSKA BOKFÖRLAGET
Drottninggatan 20, Stockholm Postgiro 3994

PHYWE



Transportabel likriktare och kopplingstavla för 0—15 volt likström, max. belastn. 10 A samt 0—20 volt växelström, max. belastn. 10 A

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Box 898 - Stockholm

Lund 1951, Håkan Ohlssons Boktryckeri.